

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Varianta 8

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

THEMA 1

(30 Puncte)

- 5p 1. Zeige, dass  $(\sqrt{5} + 1)^2 + (\sqrt{5} - 1)^2 = 12$ .
- 5p 2. Berechne das Produkt  $f(1)f(2)f(3)f(4)$ , wobei  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 3$ .
- 5p 3. Löse, in der Menge der reellen Zahlen, die Gleichung  $\log_2(x^2 - 4x + 4) = 0$ .
- 5p 4. Bestimme wie viele dreistellige natürliche ungerade Zahlen, mit verschiedenen Ziffern, mit den Ziffern 2, 3 und 4 gebildet werden können.
- 5p 5. Im kartesischen Koordinatensystem  $xOy$  sind die Punkte  $A(1,2)$  und  $B(2,3)$  gegeben. Bestimme die Gleichung der Geraden  $d$  die durch den Punkt  $A$  geht und senkrecht auf die Gerade  $AB$  steht.
- 5p 6. Zeige, dass  $\sin(\pi - x) + \sin(\pi + x) = 0$ , für jede reelle Zahl  $x$ .

THEMA 2

(30 Puncte)

1. Es sei die Matrix  $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix}$  gegeben, wobei  $x$  eine reelle Zahl ist.
- 5p a) Zeige, dass  $\det(B(0)) = 1$ .
- 5p b) Zeige, dass  $B(x) + B(y) = 2B\left(\frac{x+y}{2}\right)$ , für alle reellen Zahlen  $x$  und  $y$ .
- 5p c) Bestimme die reellen Zahlen  $x$  für welche  $B(x^2 + 1)B(x) = B(x^2 + x + 1)$ .
2. Auf der Menge der reellen Zahlen wird die assoziative Verknüpfung  $x \circ y = \frac{1}{2}(x-3)(y-3) + 3$  definiert.
- 5p a) Zeige, dass  $(-3) \circ 3 = 3$ .
- 5p b) Bestimme die natürlichen Zahlen  $n$  für welche  $n \circ n = 11$ .
- 5p c) Berechne  $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 2015$ .

THEMA 3

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion  $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ .
- 5p a) Zeige, dass  $f'(x) = -\frac{3}{(x-1)^2}$ ,  $x \in (1, +\infty)$ .
- 5p b) Zeige, dass die Funktion  $f$  auf dem Intervall  $(1, +\infty)$  konvex ist.
- 5p c) Bestimme die Koordinaten des Punktes der sich auf dem Schaubild von  $f$  befindet, in welchem die Tangente zum Schaubild parallel zur Geraden mit der Gleichung  $y = -3x$  ist.
2. Gegeben ist die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x$ .
- 5p a) Zeige, dass  $\int_1^2 \frac{1}{x} f(x) dx = e(e-1)$ .
- 5p b) Bestimme die Stammfunktion  $F$  der Funktion  $f$ , für welche  $F(1) = 0$ .

- 5p** c) Für jede natürliche von Null verschiedene Zahl  $n$  ist die Zahl  $I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$  gegeben. Zeige, dass  $I_n + (n+1)I_{n-1} = e$ , für jede natürliche Zahl  $n$ ,  $n \geq 2$ .