

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

СУБЈЕКАТ I

(30 бодова)

- 56 1. Докажете да $(\sqrt{5} + 1)^2 + (\sqrt{5} - 1)^2 = 12$.
- 56 2. Израчунајте производ $f(1)f(2)f(3)f(4)$, где $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину $\log_2(x^2 - 4x + 4) = 0$.
- 56 4. Одредите колико непарних троцифрених природних бројева, са различитим цифрама, могу се створити са цифрама 2, 3 и 4.
- 56 5. У картезијанском систему xOy сматрају се тачке $A(1, 2)$ и $B(2, 3)$. Одредите једначину праве d која садржи тачку A и нормална је на прави AB .
- 56 6. Докажете да $\sin(\pi - x) + \sin(\pi + x) = 0$, за било који реални број x .

СУБЈЕКАТ II

(30 бодова)

1. Сматра се матрица $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix}$, где x је реални број.
- 56 а) Докажете да $\det(B(0)) = 1$.
- 56 б) Докажете да $B(x) + B(y) = 2B\left(\frac{x+y}{2}\right)$, за било које реалне бројеве x и y .
- 56 в) Одредите реалне бројеве x тако да $B(x^2 + 1)B(x) = B(x^2 + x + 1)$.
2. На скупу реалних бројева дефинише се асоцијативни закон слагања $x \circ y = \frac{1}{2}(x-3)(y-3) + 3$.
- 56 а) Докажете да $(-3) \circ 3 = 3$.
- 56 б) Одредите природне бројеве n тако да $n \circ n = 11$.
- 56 в) Израчунајте $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 2015$.

СУБЈЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$.
- 56 а) Докажете да $f'(x) = -\frac{3}{(x-1)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 56 б) Докажете да функција f је конвексна на интервалу $(1, +\infty)$.
- 56 в) Одредите координате тачке која се налази на графику функције f , где тангенс на графику функције f јесте паралелан са правом једначине $y = -3x$.
2. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.
- 56 а) Докажете да $\int_1^2 \frac{1}{x} f(x) dx = e(e-1)$.
- 56 б) Одредите примитивну F функције f тако да $F(1) = 0$.
- 56 в) За сваки ненулта природни број n сматра се број $I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$. Докажете да $I_n + (n+1)I_{n-1} = e$, за било који природни број n , $n \geq 2$.