

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗВАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Докажіть, що $(\sqrt{5} + 1)^2 + (\sqrt{5} - 1)^2 = 12$.
- 56 2. Обчисліть добуток $f(1)f(2)f(3)f(4)$, де $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$.
- 56 3. У множині дійсних чисел, розв'яжіть рівняння $\log_2(x^2 - 4x + 4) = 0$.
- 56 4. Знайдіть, скільки різних непарних трицифрових чисел можна утворити з цифр 2, 3 і 4.
- 56 5. У декартовому репері xOy розглядають точки $A(1,2)$ і $B(2,3)$. Напишіть рівняння прямої d , яка проходить через точку A і є перпендикулярною до прямої AB .
- 56 6. Докажіть, що $\sin(\pi - x) + \sin(\pi + x) = 0$, для будь-якого дійсного числа x .

ЗВАННЯ II

(30 балів)

1. Розглядають матрицю $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix}$, де x - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $\det(B(0)) = 1$.
- 56 б) Докажіть, що $B(x) + B(y) = 2B\left(\frac{x+y}{2}\right)$, для будь-яких дійсних чисел x і y .
- 56 в) Знайдіть дійсні числа x для яких $B(x^2 + 1)B(x) = B(x^2 + x + 1)$.
2. На множині дійсних чисел задають асоціативний закон композиції $x \circ y = \frac{1}{2}(x-3)(y-3) + 3$.
- 56 а) Докажіть, що $(-3) \circ 3 = 3$.
- 56 б) Знайдіть дійсні натуральні числа n , для яких $n \circ n = 11$.
- 56 в) Обчисліть $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 2015$.

ЗВАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$.
- 56 а) Докажіть, що $f'(x) = -\frac{3}{(x-1)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 56 б) Докажіть, що функція f є увігнутою на інтервалі $(1, +\infty)$.
- 56 в) Знайдіть координати точки, розміщеної на графіку функції f , у якій дотична до графіка функції f є паралельною до прямої, заданої рівнянням $y = -3x$.
2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.
- 56 а) Докажіть, що $\int_1^2 \frac{1}{x} f(x) dx = e(e-1)$.
- 56 б) Знайдіть первісну F для функції f , для якої $F(1) = 0$.
- 56 в) Для кожного ненульового натурального числа n розглядають число $I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$.
Докажіть, що $I_n + (n+1)I_{n-1} = e$, для будь-якого натурального числа n , $n \geq 2$.