Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

THEMA 1 **(30 Punkte)**

5p	**1.** Bestimme das zweite Glied der arithmetischen Folge $(a_n)_{n\geq 1}$, wenn $a_1 = 1$ und die Differenz der Folge $r = 2$ ist.
5p	**2.** Bestimme die reelle Zahl m, wenn der Punkt $A(m,0)$ zum Schaubild der Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x+1$ gehört.
5p	**3.** Löse, in der Menge der reellen Zahlen, die Gleichung $\log_2\left(x^2+4\right) = \log_2 8$.
5p	**4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Zahl aus der Menge $M = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ durch 3 teilbar ist.
5p	**5.** Bestimme die reelle Zahl a, wenn die Vektoren $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + 4\vec{j}$ und $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j}$ kollinear sind.
5p	**6**. Zeigt, dass $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, wenn $\sin x = \frac{1}{2}$ und $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

THEMA 2 **(30 Punkte)**

	1. Es ist die Matrix $A(a) = \begin{pmatrix} a & 3 \\ a-1 & 2 \end{pmatrix}$ gegeben, wobei a eine reelle Zahl ist.
5p	**a)** Zeigt, dass $A(2014) + A(2016) = 2A(2015)$.
5p	**b)** Bestimmt die reelle Zahl a für welche $\det(A(a)) = 0$.
5p	**c)** Löse, in der Menge der reellen Zahlen, die Gleichung $\det(A(2) + xA(3)) = 0$.
	2. Auf die Menge der reellen Zahlen wird die Verknüpfung $x * y = -xy - x - y - 2$ definiert.
5p	**a)** Zeigt, dass $(-1)*1 = -1$.
5p	**b)** Zeigt, dass $x*y = -(x+1)(y+1) - 1$, für jedwelche reelle Zahlen x und y.
5p	**c)** Löse, in der Menge der reellen Zahlen, die Gleichung $(x+2)*(2x-3) = 5$.

THEMA 3 **(30 Punkte)**

	1. Es ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ gegeben.
5p	**a)** Zeigt, dass $f'(x) = 4x(x-2)(x+2)$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Berechnet $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x) - x^4}{x^2+1}$.
5p	**c)** Bestimme die Koordinaten der Punkte des Schaubildes der Funktion f, in welche die Tangente zum Schaubild der Funktion f parallel zu Achse Ox ist.
	2. Es ist gegeben die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{x}$.
5p	**a)** Zeigt, dass $\int_1^2 x f(x)\,dx = \frac{7}{2}$.
5p	**b)** Beweise, dass die Funktion $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x) = x + 2\ln x + 2015$ eine Stammfunktion der Funktion f ist.
5p	**c)** Zeigt, dass der Inhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x) = (f(x)-1)\ln x$, Ox Achse und die Geraden mit die Gleichungen $x=1$ und $x=e$, gleich 1 ist.