Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

THEMA 1 **(30 Punkte)**

5p	**1.** Gegeben ist die komplexe Zahl $z=1+i$. Zeigt, dass $z^2-2i=0$.
5p	**2.** Berechnet $(g\circ f)(3)$, wobei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$ und $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+2015$.
5p	**3.** Löst, in der Menge der reellen Zahlen, die Gleichung $5^{x^2-5x}=5^{3-3x}$.
5p	**4.** Bestimmt die Anzahl der Teilmengen mit vier Elementen der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
5p	**5.** Im kartesischen Koordinatensystem xOy ist der Punkt $A(0,4)$ gegeben. Bestimmt die Gleichung der Geraden d die durch den Punkt A geht und parallel zur Gerade mit der Gleichung $y=2x+7$ ist.
5p	**6.** Bestimmt den Flächeninhalt des Dreiecks MNP, wenn $MN=12$, $MP=3$ und $m(\sphericalangle M)=30°$.

THEMA 2 **(30 Punkte)**

	1. Gegeben ist die Matrix $A(a)=\begin{pmatrix}1 & -a\\ -a & 1\end{pmatrix}$, wobei a eine reelle Zahl ist.
5p	**a)** Zeigt, dass $\det(A(0))=1$.
5p	**b)** Bestimmt die reellen Zahlen a, für welche $\det(A(a))=0$.
5p	**c)** Zeigt, dass $A(a)A(b)=A(a+b)+abI_2$, für alle reellen Zahlen a und b, wobei $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
	2. Es sei das Polynom $f=X^3-mX+2$, wobei m eine reelle Zahl ist.
5p	**a)** Zeigt, dass $f(0)=2$.
5p	**b)** Bestimmt die reelle Zahl m, wenn der Rest der Division von f durch das Polynom $g=X^2+X-2$ gleich 0 ist.
5p	**c)** Beweist dass $x_1^3+x_2^3+x_3^3=-6$, für jede reelle Zahl m, wobei x_1, x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

THEMA 3 **(30 Punkte)**

	1. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-x-1$.
5p	**a)** Zeigt, dass $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=0$.
5p	**b)** Zeigt, dass die Funktion f auf dem Intervall $(-\infty,0]$ fallend ist.
5p	**c)** Beweist, dass $e^x\ge x+1$, für jede reelle Zahl x.
	2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+5$.
5p	**a)** Zeigt, dass $\int\limits_0^1(f(x)+2x-5)dx=\dfrac{1}{3}$.
5p	**b)** Berechnet $\int\limits_0^2\dfrac{f'(x)}{f(x)}dx$.
5p	**c)** Zeigt, dass $\int\limits_{2014}^{2015}\dfrac{1}{f(x)}dx\le\dfrac{1}{4}$.