

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

THEMA 1

(30 Puncte)

- 5p 1. Berechnet die Differenz der arithmetischen Folge $(a_n)_{n \geq 1}$, wenn $a_3 = 6$ und $a_4 = 8$.
- 5p 2. Bestimmt den minimalen Wert der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 9$.
- 5p 3. Löst, in der Menge der reellen Zahlen, die Gleichung $\sqrt{x^2 + 3} = x + 1$.
- 5p 4. Bestimmt die Anzahl der Teilmengen mit zwei Elementen, der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
- 5p 5. In kartesischen Koordinatensystem xOy sind die Punkte $A(2,1)$ und $B(0,3)$ gegeben. Bestimmt die Gleichung der Gerade AB .
- 5p 6. Berechnet den Radius des Umkreises des Dreiecks ABC in welchen $AB = 8$ und $C = \frac{\pi}{6}$.

THEMA 2

(30 Puncte)

1. Es sind gegeben die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ und $B(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, wobei x eine reelle Zahl ist.
- 5p a) Zeigt, dass $\det A = -2$.
- 5p b) Löst, in der Menge der reellen Zahlen, die Gleichung $\det(B(x) + I_2) = 8$, wobei $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Bestimmt die reelle Zahl x für welche $A \cdot B(x) = B(x) \cdot A$.
2. Auf die Menge der reellen Zahlen wird die assoziative Verknüpfung $x * y = xy - 7x - 7y + 56$ definiert.
- 5p a) Zeigt, dass $(-7) * 7 = 7$.
- 5p b) Zeigt, dass $x * y = (x - 7)(y - 7) + 7$, für jedwellige reelle Zahlen x und y .
- 5p c) Berechnet $1 * 2 * 3 * \dots * 2015$.

THEMA 3

(30 Puncte)

1. Es ist gegeben die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - \ln x + x$.
- 5p a) Zeigt, dass $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = e$.
- 5p b) Bestimmt die Gleichung der Tangente zum Schaubild der Funktion f im Punkt des Schaubildes mit die Abszisse $x = 1$.
- 5p c) Zeigt, dass die Funktion f konvex auf das Intervall $(0, +\infty)$ ist.
2. Es sei gegeben die Funktion $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+1}$.
- 5p a) Zeigt, dass $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx = \frac{3}{2}$.
- 5p b) Zeigt, dass $\int_0^1 x^2 f(x) dx = -\frac{1}{2} + \ln 2$.
- 5p c) Bestimmt das Volumen des Körpers erhalten durch die Drehung des Schaubildes der Funktion $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$ um die Ox Achse.