

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 8

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{20}{7} = 2$.
- 5p 2. Határozd meg az a valós számot tudva, hogy az $A(a, 0)$ pont rajta van az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$ függvény grafikus képén!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x+3} = 4$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy az $M = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ halmaz egy véletlenszerűen kiválasztott eleme a 15-nek többszöröse legyen!
- 5p 5. Az xOy koordináta-rendszerben adottak az $A(4, 2)$ és $B(4, 6)$ pontok. Határozd meg az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit!
- 5p 6. Igazold, hogy $\sin x = \frac{12}{13}$, ha $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ és $\cos x = \frac{5}{13}$.

II. FELADAT

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ és $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = -2$.
- 5p b) Igazold, hogy $A + B = 5C$.
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy $AB + BA + 4I_2 = 25C$, ahol $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$ műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $5 \circ (-4) = -4$.
- 5p b) Igazold, hogy $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p c) Oldd meg a valós számok halmazán az $x \circ x = x$ egyenletet!

III. FELADAT

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 6x(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f(x) - 2x^3}$ határértéket!
- 5p c) Határozd meg az f függvény monotonitási intervallumait!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + 3x^2$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_1^2 (f(x) - 3x^2) dx = 15$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény azon F primitív függvényét, amelyre $F(1) = 2015$.
- 5p c) Határozd meg azt az n , $n > 1$ természetes számot, amelyre $\int_1^n \frac{f(x)}{x^2} dx = 9$.