Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. THEMA (30 Punkte)

5p **1.** Bestimme die reellen Zahlen a und b, wenn $(a+b)(i+1)=(a-b+1)(i-1)$, wo $i^2=-1$.

5p **2.** Bestimme die reellen Zahlen m, für die die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+1$ den kleinsten Wert gleich -3 hat.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_3 x=\log_x 3$.

5p **4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass beide Ziffern einer aus der Menge der natürlichen zweistelligen Zahlen gewählte Zahl vollständige Quadrate sind.

5p **5.** Im kartesischen Koordinatensystem xOy seien die Punkte $A(-1,a)$, $B(0,-3)$ und $C(1,1)$, wo a eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl a, wenn $AB+BC=AC$.

5p **6.** Bestimme $a\in(0,\pi)$, wenn $\left(\sin\frac{\pi}{7}-\cos a\right)^2+\left(\cos\frac{\pi}{7}-\sin a\right)^2=2$.

II. THEMA (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(m)=\begin{pmatrix}2 & 1 & m\\ m & m & 1\\ 1 & m & 1\end{pmatrix}$, wo m eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Berechne $\det(A(1))$.

5p **b)** Bestimme die reellen Werte von m, für welche die Matrix $A(m)$ umkehrbar ist.

5p **c)** Löse die Matrizengleichung $X\cdot A(0)=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ -1 & 3 & 2\end{pmatrix}$, wo $X\in\mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$.

2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die assoziative Verknüpfung $x*y=xy-4x-4y+20$.

5p **a)** Zeige, dass $x*y=(x-4)(y-4)+4$, für alle reellen Zahlen x und y.

5p **b)** Berechne $1*2*3*\ldots*2016$.

5p **c)** Bestimme die natürlichen Zahlen a, b und c, wenn $a<b<c$ und $a*b*c=66$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\setminus\{-1,0\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x(x+1)}$.

5p **a)** Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $+\infty$ des Grafen der Funktion f.

5p **b)** Bestimme die Koordinaten des Punktes des Grafen der Funktion f, in welchem die Tangente an den Grafen der Funktion parallell ist zur Abszissenachse.

5p **c)** Berechne $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(f(1)+f(2)+\ldots+f(n)\right)^n$.

2. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\ln x}{x}$.

5p **a)** Berechne $\int_2^4 \frac{1}{\ln x} f(x)\,dx$.

5p **b)** Zeige, dass $\int_1^e \frac{f(x)}{x}\,dx = 1-\frac{2}{e}$.

5p **c)** Beweise, dass $\lim_{n\to+\infty}\int_1^e \frac{f(x)}{x^n}\,dx = 0$.