

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p** 1. Határozd meg az a és b valós számokat, ha $(a+b)(i+1) = (a-b+1)(i-1)$, ahol $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Határozd meg azokat az m valós számokat, amelyekre az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 1$ függvény legkisebb értéke -3 .
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazában a $\log_3 x = \log_x 3$ egyenletet!
- 5p** 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám mindkét számjegye négyzetszám legyen!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(-1, a)$, $B(0, -3)$ és $C(1, 1)$ pontok, ahol a egy valós szám. Határozd meg az a valós számot, ha $AB + BC = AC$.
- 5p** 6. Határozd meg $a \in (0, \pi)$ értékét, ha $\left(\sin \frac{\pi}{7} - \cos a\right)^2 + \left(\cos \frac{\pi}{7} - \sin a\right)^2 = 2$.

II. FELADAT

(30 punct)

1. Adott az $A(m) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & m \\ m & m & 1 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol m egy valós szám.
- 5p** a) Számítsd ki $\det(A(1))$ értékét!
- 5p** b) Határozd meg az m valós szám azon értékeit, amelyekre az $A(m)$ mátrix invertálható!
- 5p** c) Oldd meg az $X \cdot A(0) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ mátrixegyenletet, ahol $X \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = xy - 4x - 4y + 20$ asszociatív műveletet.
- 5p** a) Igazold, hogy $x * y = (x-4)(y-4) + 4$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p** b) Számítsd ki az $1 * 2 * 3 * \dots * 2016$ értéket!
- 5p** c) Határozd meg az a , b és c természetes számokat tudva, hogy $a < b < c$ és $a * b * c = 66$.

III. FELADAT

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ függvény.
- 5p** a) Határozd meg az f függvény grafikus képehez tartozó vízszintes aszimptota egyenletét a $+\infty$ felé!
- 5p** b) Határozd meg az f függvény grafikus képén annak a pontnak a koordinátáit, amelyben az f függvény grafikus képehez húzott érintő párhuzamos az abszcissa-tengellyel!
- 5p** c) Számítsd ki a $\lim_{n \rightarrow +\infty} (f(1) + f(2) + \dots + f(n))^n$ határértéket!

2. Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ függvény.

5p a) Számítsd ki $\int_2^4 \frac{1}{\ln x} f(x) dx$.

5p b) Igazold, hogy $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1 - \frac{2}{e}$.

5p c) Igazold, hogy $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^e \frac{f(x)}{x^n} dx = 0$.