

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADAT

(30 punct)

- 5p** 1. Határozd meg azokat az a és b valós számokat, amelyekre érvényes a $\frac{10}{3+i} = a + ib$ összefüggés, ahol $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$ függvény. Számítsd ki az $(f(1))^{2016} + (f(0))^{2016}$ összeget!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $6^{x^2-3x+5} = 216$ egyenletet!
- 5p** 4. Egy edző 6 diákból alakíthat csapatot. Számítsd ki, hogy hányféleképpen választhat ki egy 5 tagú diákcsapatot!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(5,0)$ és $B(2m+1,0)$ pontok, ahol m valós szám. Határozd meg az m valós szám értékét tudva, hogy $C(10,0)$ az AB szakasz felezőpontja!
- 5p** 6. Az ABC háromszögben $AB = 5$, $AC = 12$ és $BC = 13$. Számítsd ki $\cos C$ értékét!

II. FELADAT

(30 pont)

- 1.** Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix.
- 5p** a) Számítsd ki a $\det A$ értékét!
- 5p** b) Igazold, hogy $(A - I_3)(A - I_3)(A - I_3) = O_3$, ahol $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Oldd meg az $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ mátrixegyenletet, ahol $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.
- 2.** A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = xy - x - y + 2$ asszociatív algebrai műveletet.
- 5p** a) Igazold, hogy $x * y = (x-1)(y-1) + 1$, bármely x és y valós szám esetén!
- 5p** b) Számítsd ki a $0 * 1 * 2 * 3$ értéket!
- 5p** c) Határozd meg az a valós számokat tudva, hogy $a * a * 2016 = 2016$.

III. FELADAT

(30 pont)

- 1.** Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x}$ függvény.
- 5p** a) Számítsd ki a $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ értékét!
- 5p** b) Határozd meg az f függvény grafikus képének $x = 1$ abszcisszájú pontjában az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét!

- 5p** c) Igazold, hogy $\frac{2017}{2016} \leq f(x) \leq 2$, bármely $x \in [1, 2016]$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ függvény.
- 5p** a) Számítsd ki $\int_0^2 (f(x) + 3x^2 - 2) dx$.
- 5p** b) Igazold, hogy $\int_0^1 (f(x) - x^3 + 3x^2 + x) e^x dx = 2e - 1$.
- 5p** c) Igazold, hogy $\int_{1-a}^{1+a} f(x) dx = 0$, bármely a valós szám esetén!