Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. THEMA (30 Punkte)

5p **1.** Zeige, dass $\left(\sqrt{2}-3\right)^2+\left(\sqrt{2}+3\right)^2=22$.

5p **2.** Berechne das Produkt $f(-1)f(0)f(1)$, wo $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+2$.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_3\left(x^2-6x+6\right)=\log_3 1$.

5p **4.** Bestimme wie viele natürliche, gerade, dreistellige Zahlen mit verschiedenen Ziffern mithilfe der Ziffern 5, 7, 8 und 9 geschrieben werden können.

5p **5.** In einem kartesichen Koordinatensystem xOy seien die Punkte $A(-1,0)$ und $B(1,2)$. Bestimme die Gleichung der Geraden d zu welcher der Punkt O gehört und die parallel zu der Geraden AB ist.

5p **6**. Zeige, dass $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=0$, für jede reelle Zahl x.

II. THEMA (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & x^2+x\\ 0 & 1 & 2x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, wo x reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det\left(A(1)\right)=1$.

5p **b)** Beweise, dass $A(x)A(y)=A(x+y)$, für alle reellen Zahlen x und y.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl a, $a\neq-1$, wenn $A\left(\frac{1}{1\cdot2}\right)A\left(\frac{1}{2\cdot3}\right)\cdot\ldots\cdot A\left(\frac{1}{2016\cdot2017}\right)=A\left(\frac{a}{a+1}\right)$.

2. Es sei das Polynom $f=X^4+mX^2+2$, wo m eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Bestimme die reelle Zahl m, wenn $f(1)=0$.

5p **b)** Beweise, dass $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+2\left(x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4\right)=0$, für jede reelle Zahl m, wo x_1, x_2, x_3 und x_4 Wurzeln des Polynoms f sind.

5p **c)** Für $m=3$, zerlege das Polynom f in unzerlegbare Faktoren $\mathbb{R}[X]$.

III. THEMA (30 Punkte)

1. Es sei die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=\frac{1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f im Punkt mit der Abszisse $x=0$, der zu dem Grafen der Funktion f gehört.

5p **c)** Beweise, dass für jede reelle Zahl a, $a\in(-1,1)$, die Gleichung $f(x)=a$ eine einzige Lösung hat.

2. Es sei die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(x-1)$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_0^2 f(x)e^{-x}dx=0$.

5p	**b)** Beweise, dass der Flächeninhalt der ebenen Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion f, der Ox -Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x=1$ und $x=2$ gleich e ist.
5p	**c)** Beweise, dass $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_{-n}^{1}\left(f(x)+e^{x}\right)dx=0$.