

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 бодова)

- 56 1. Докажице да $(\sqrt{2}-3)^2 + (\sqrt{2}+3)^2 = 22$.
- 56 2. Израчунајте производ $f(-1)f(0)f(1)$, где $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 2$.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину $\log_3(x^2 - 6x + 6) = \log_3 1$.
- 56 4. Одредите колико парних природних бројева, са три различитих цифара, могу се створити са цифрама 5, 7, 8 и 9.
- 56 5. У картезијанском систему xOy сматрају се тачке $A(-1,0)$ и $B(1,2)$. Одредите једначину праве d која садржи тачку O и паралелна је са правом AB .
- 56 6. Докажице да $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$, за било који реални број x .

SUBIECTUL II

(30 бодова)

1. Сматра се матрица $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 + x \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, где x је реални број.
- 56 а) Докажице да $\det(A(1)) = 1$.
- 56 б) Докажице да $A(x)A(y) = A(x+y)$, за било које реалне бројеве x и y .
- 56 в) Одредите реални број a , $a \neq -1$, знајући да $A\left(\frac{1}{1 \cdot 2}\right)A\left(\frac{1}{2 \cdot 3}\right) \cdots A\left(\frac{1}{2016 \cdot 2017}\right) = A\left(\frac{a}{a+1}\right)$.
2. Сматра се полином $f = X^4 + mX^2 + 2$, где m јесте реални број.
- 56 а) Одредите реални број m , знајући да $f(1) = 0$.
- 56 б) Докажице да $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4) = 0$, за било који реални број m , где x_1, x_2, x_3 и x_4 су солуције полинома f .
- 56 в) За $m = 3$, развите полином f у недељиве чланове у $\mathbb{R}[X]$.

SUBIECTUL III

(30 бодова)

1. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- 56 а) Докажице да $f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 б) Одредите једначину тангенсе на графику функције f у тачку са абцисом $x = 0$, која се налази на графику функције f .
- 56 в) Докажице да, за било који реални број a , $a \in (-1, 1)$, једначина $f(x) = a$ има јединствену солуцију.
2. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x-1)$.

56 a) Докажите да $\int_0^2 f(x)e^{-x} dx = 0$.

56 b) Докажите да површина одређена од графика функције f , осе Ox и права са једначинама $x = 1$ и $x = 2$ једнака је са e .

56 c) Докажите да $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-n}^1 (f(x) + e^x) dx = 0$.