

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Покажіть що $(\sqrt{2} - 3)^2 + (\sqrt{2} + 3)^2 = 22$.
- 56 2. Обчисліть добуток $f(-1)f(0)f(1)$, де $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 2$.
- 56 3. Розв'яжіть в множині дійсних чисел рівняння $\log_3(x^2 - 6x + 6) = \log_3 1$.
- 56 4. Визначіть скільки натуральних парних чисел, з трьох різних цифр, можна сформувати з цифрами 5, 7, 8 і 9.
- 56 5. В декартовій системі координат xOy дані точки $A(-1,0)$ і $B(1,2)$. Визначіть рівняння прямої d яка проходить через точку O і є паралельною до прямої AB .
- 56 6. Покажіть що $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 0$, для будь якого дійсного числа x .

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Дано матрицю $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 + x \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, де x дійсне число.
- 56 а) Покажіть що $\det(A(1)) = 1$.
- 56 б) Довідіть що $A(x)A(y) = A(x+y)$, для будь яких дійсних чисел x і y .
- 56 в) Визначіть дійсне число a , $a \neq -1$, знаючи що $A\left(\frac{1}{1 \cdot 2}\right)A\left(\frac{1}{2 \cdot 3}\right) \cdot \dots \cdot A\left(\frac{1}{2016 \cdot 2017}\right) = A\left(\frac{a}{a+1}\right)$.
2. Дано многочлен $f = X^4 + mX^2 + 2$, де m дійсне число.
- 56 а) Визначіть дійсне число m , знаючи що $f(1) = 0$.
- 56 б) Довідіть що $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4) = 0$, для будь якого дійсного числа m , де x_1, x_2, x_3 і x_4 є коріннями многочлена f .
- 56 в) Для $m = 3$, розкладіть многочлен f в незвідні множники $\mathbb{R}[X]$.

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

1. Дано функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- 56 а) Покажіть що $f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 б) Визначіть рівняння дотичної до графіку функції f в точці абциси $x = 0$, яка належить графіку функції f .
- 56 в) Довідіть що, для будь якого дійсного числа a , $a \in (-1,1)$, рівняння $f(x) = a$ має єдиний розв'язок.
2. Дано функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x-1)$.

56 a) Покажіть що $\int_0^2 f(x)e^{-x} dx = 0$.

56 b) Довідіть що площина везначина графіком функції f , вісь Ox і рівняння прямих $x=1$ і $x=2$ має площу рівно e .

56 c) Довідіть що $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-n}^1 (f(x) + e^x) dx = 0$.