Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I.Thema (30 Punkte)

5p **1.** Bestimme die reelle Zahl x, wenn die Zahlen 7, $3x$ und x^2+2 in dieser Reihenfolge aufeinanderfolgende Glieder einer arithmetischen Folge sind.

5p **2.** Bestimme die reelle Zahl m, wenn die Parabel, die der Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+m$ zugeordnet ist, tangent an die Ox Achse ist.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x-9}=32^x$.

5p **4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte Teilmenge der Menge $A=\left\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{4},\sqrt{5},\sqrt{6}\right\}$, höchstens zwei Elemente enthält.

5p **5.** Gegeben sind in dem kartesischen Koordinatensystem xOy die Punkte $A(-1,0)$, $B(1,0)$ und $C(1,4)$. Bestimme die Gleichung der Geraden, die durch den Punkt B geht und parallel zu der Seitenhalbierenden aus A des Dreiecks ABC steht.

5p **6.** Berechne die Länge des Radius des Umkreises des Dreiecks ABC, wo $A=\frac{3\pi}{4}$ und $BC=\sqrt{2}$.

II.Thema (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2^x\end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det\left(A(10)\right)=1024$.

5p **b)** Bestimme die reellen Zahl x, wenn $A(x)\cdot A(2x)=A\left(x^2+2\right)$.

5p **c)** Wenn $A(n)=A(1)\cdot A(2)\cdot A(3)\cdot\ldots\cdot A(2016)$, dann zeige, dass n eine natürliche Zahl ist, die durch 2017 teilbar ist.

2. Gegeben ist das Polynom $f=X^3-5X+a$, wo a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $f(0)=a$.

5p **b)** Bestimme die reelle Zahl a so, dass $x_1^3+x_2^3+x_3^3=2016-4a$, wo x_1, x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

5p **c)** Zeige, dass das Polynom f höchstens eine Wurzel in der Menge der ganzen Zahlen hat.

III .Thema (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2-x-1$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=e^x-x-1$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Berechne $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{f(x)}$.

5p **c)** Beweise, dass $f\left(2\sqrt{3}\right)<f\left(3\sqrt{2}\right)$.

2. Gegeben ist die Zahl $I_n = \int_0^1 \left(1-x^2\right)^n dx$ für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n.

5p **a)** Zeige, dass $I_1 = \frac{2}{3}$.

5p **b)** Beweise, dass $I_{n+1} \le I_n$, für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n.

5p **c)** Beweise, dass $(2n+3)I_{n+1} = 2(n+1)I_n$, für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n.