

Examenule de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 56 1. Oredite treia termen aritmetică progresiie $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 2016$ și rație $r = 2$.
- 56 2. Oredite reani număr m , știind că punct $A(1, 2)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$.
- 56 3. Resolvați în mulțimea reală ecuația $2^{4x-6} = 4^{3x-4}$.
- 56 4. Calculați probabilitatea ca, la alegerea aleatorie a unui număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 40\}$, să conțină cifra 4.
- 56 5. În sistemul de coordonate cartezian xOy sunt punctele $A(1, 2)$ și $B(4, 5)$. Oredite ecuația dreptei AB .
- 56 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin x = \frac{4}{5}$, demonstrați că $\sin 2x = \frac{24}{25}$.

SUBIECTUL II

(30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ ax + y - z = -1 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$, unde a este un număr real.
- 56 a) Demonstrați că $\det(A(0)) = -2$.
- 56 b) Demonstrați că matricea $A(a)$ este inversabilă pentru orice număr real a , $a \neq -1$ și $a \neq 1$.
- 56 c) Oredite numere reale a , astfel încât sistemul să aibă o soluție unică (x_0, y_0, z_0) , și x_0, y_0 și z_0 să fie numere întregi.
2. În mulțimea reală este definită o lege de compoziție $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.
- 56 a) Demonstrați că $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 56 b) Știind că $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 3$, demonstrați că $f(x \circ y) = f(x)f(y)$, pentru orice numere reale x și y .
- 56 c) Oredite numere reale a , astfel încât $\underbrace{a \circ a \circ \dots \circ a}_{\text{de } 2016 \text{ ori } a} = 3^{2015} - 1$.

SUBIECTUL III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$.
- 56 a) Demonstrați că $f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 56 b) Demonstrați că funcția f este convexă pe $(1, +\infty)$.
- 56 c) Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} (f'(2) + f'(3) + f'(4) + \dots + f'(n)) = -\frac{3}{2}$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

- 56 a) Докажице да $\int_1^2 \sqrt{x} f(x) dx = \frac{5}{2}$.
- 56 b) Докажице да $\int_1^{e^2} (f(x) - \sqrt{x}) \ln x dx = 4$.
- 56 c) Одредите реални број a , $a > 1$, знајући да запремина тела добијеног кроз ротацију околу осе Ox графика функције $g : [1, a] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$ једнака је са $\pi \left(\ln a + \frac{7}{2} \right)$.