

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Визначить третій термен арифметичної прогресії $(a_n)_{n \geq 1}$, знаючи що $a_1 = 2016$ і рація $r = 2$.
- 56 2. Визначить дійсне число m , знаючи що точка $A(1,2)$ належить графіку функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$.
- 56 3. Розв'яжіть в множині дійсних чисел рівняння $2^{4x-6} = 4^{3x-4}$.
- 56 4. Обчислити імовірність того що, вебираючи одне число з множини $A = \{1, 2, 3, \dots, 40\}$, воно містить у собі цифру 4.
- 56 5. В декартовій системи координат xOy дані точки $A(1, 2)$ і $B(4, 5)$. Визначить рівняння прямої AB .
- 56 6. Якщо $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ і $\sin x = \frac{4}{5}$, покажіть що $\sin 2x = \frac{24}{25}$.

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Дано матрицю $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ і систему рівнянь $\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ ax + y - z = -1 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$, де a є дійсне число.
- 56 а) Покажіть що $\det(A(0)) = -2$.
- 56 б) Докажіть що матриця $A(a)$ є оберненою, для будь якого дійсного числа a , $a \neq -1$ і $a \neq 1$.
- 56 в) Знайдіть цілі числа a , для яких система має єдиний розв'язок (x_0, y_0, z_0) , а x_0 , y_0 і z_0 є цілі числа.
2. На множині дійсних чисел дано асоціативний закон композиції $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.
- 56 а) Покажіть що $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1$, для будь яких дійсних чисел x і y .
- 56 б) Знаючи що $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 3$, докажіть що $f(x \circ y) = f(x)f(y)$, для будь яких дійсних чисел x і y .
- 56 в) Визначить дійсні числа a , для яких $\underbrace{a \circ a \circ \dots \circ a}_{\text{de 2016 ori } a} = 3^{2015} - 1$.

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

1. Дано функцію $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$.
- 56 а) Покажіть що $f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 56 б) Довідіть що функція f є випуклою на $(1, +\infty)$.
- 56 в) Довідіть що $\lim_{n \rightarrow +\infty} (f'(2) + f'(3) + f'(4) + \dots + f'(n)) = -\frac{3}{2}$.
2. Дано функцію $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.
- 56 а) Покажіть що $\int_1^2 \sqrt{x} f(x) dx = \frac{5}{2}$.

56 b) Покажіть що $\int_1^{e^2} (f(x) - \sqrt{x}) \ln x \, dx = 4$.

56 c) Визначіть дійсне число a , $a > 1$, знаючи що об'єм тіла отриманого через обертання навкру вісі Ox графика функції $g: [1, a] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$ дорівнює $\pi \left(\ln a + \frac{7}{2} \right)$.