

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 01

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. THEMA

(30 Puncte)

- 5p** 1. Bestimme das vierte Glied der arithmetischen Folge $(a_n)_{n \geq 1}$, wenn $a_1 = 1$ und $a_2 = 4$.
- 5p** 2. Bestimme die reelle Zahl a , wenn der Punkt $A(1, a)$ zu dem Schaubild der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4$ gehört.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $9^{x-2} = 3^{2-x}$.
- 5p** 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte natürliche zweistellige Zahl kleiner oder höchstens gleich 30 ist.
- 5p** 5. Im kartesischen Koordinatensystem xOy sei der Punkt $A(0, 3)$. Bestimme die Gleichung der Geraden, die den Punkt A enthält und den Anstieg 1 hat.
- 5p** 6. Gegeben ist das Dreieck ABC , mit $AB = 10$, $AC = 10$ und $BC = 12$. Zeige, dass $\sin B = \frac{4}{5}$.

II. THEMA

(30 Puncte)

1. Es seien die Matrix $A(m) = \begin{pmatrix} -m & 1 & 1 \\ 1 & -m & 1 \\ 1 & 1 & -m \end{pmatrix}$ und das Gleichungssystem $\begin{cases} -mx + y + z = -1 \\ x - my + z = -1 \\ x + y - mz = m \end{cases}$, wo

m eine reelle Zahl ist.

- 5p** a) Zeige, dass $\det(A(0)) = 2$.
- 5p** b) Beweise, dass die Matrix $A(m)$, für jede reelle Zahl m , $m \neq -1$ und $m \neq 2$, umkehrbar ist.
- 5p** c) Für $m = 2$, bestimme die Lösung (x_0, y_0, z_0) des Systems, für welche $x_0 + 2y_0 + 3z_0 = 9$.
2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die assoziative Verknüpfung $x * y = -2xy + 10x + 10y - 45$.
- 5p** a) Zeige, dass $x * y = -2(x-5)(y-5) + 5$, für alle reellen Zahlen x und y .
- 5p** b) Zeige, dass $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 = 5$.
- 5p** c) Bestimme die natürlichen Zahlen m und n , für welche $m * n = 27$.

III. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 8 \ln x$.

- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{2(x-2)(x+2)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Bestimme die Monotonieintervalle der Funktion f .
- 5p** c) Beweise, dass die Gleichung $f(x) = 0$ zwei reelle verschiedene Lösungen hat.

2. Gegeben ist die Funktion $f: (4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x-4)}$.

- 5p** a) Zeige, dass $\int_5^{10} (x-4) f(x) dx = \ln 2$.
- 5p** b) Bestimme das Volumen des Körpers, der durch Drehung des Schaubildes der Funktion $g: [5, 6] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x f(x)$, um die Ox -Achse entsteht.
- 5p** c) Beweise, dass $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n^2 \int_n^{n+1} f(x) dx \right) = 1$.