Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

QUESITO NUMERO I (30 punti)

5p **1.** Si considera il numero complesso $z=1-i$. Dimostrare che $z^2=-2i$.

5p **2.** Calcolare $(g\circ f)(0)$, con $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2016$ e $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2016$.

5p **3.** Risolvere nell'insieme dei numeri reali l'equazione $3^{x^2-3x}=3^{x-4}$.

5p **4.** Determinare la probabilitatà che, scegliendo un numero dell'insieme $M=\{1,2,3,\ldots,100\}$, esso sia quadrato perfetto .

5p **5.** Sul piano cartesiano xOy si considera il punto $A(0,1)$. Determinare l'equazione della retta d, passante per il punto A e parallela alla retta di equazione $y=3x-2016$.

5p **6.** Determinare l'area del triangolo ABC, sapendo che $AB=6$, $AC=4$ e $A=\frac{\pi}{6}$.

QUESITO NUMERO II (30 punti)

1. Si considera la matrice $A(m)=\begin{pmatrix} m-1 & -1 \\ 2 & m-2\end{pmatrix}$, con m numero reale.

5p **a)** Dimostrare che $\det(A(0))=4$.

5p **b)** Dimostrare che $A(1+m)+A(1-m)=2A(1)$, per ogni numero reale m.

5p **c)** Dimostrare che la matrice $A(m)$ è invertibile, per ogni numero reale m.

2. Nell'insieme dei numeri reali è definita la legge di composizione $x*y=-3xy+9x+9y-24$.

5p **a)** Dimostrare che $x*y=-3(x-3)(y-3)+3$, per ogni numeri reali x e y.

5p **b)** Dimostrare che la legge di composizione „$*$” è associativa.

5p **c)** Determinare il numero reale x, per il cui $(x*x)*x=12$.

QUESITO NUMERO III (30 punti)

1. Si considera la funzione $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3\ln x$.

5p **a)** Dimostrare che $f'(x)=\frac{3(x^3-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinare l'equazione dell'asintoto verticale al grafico della funzione f.

5p **c)** Dimostrare che $f(x)\geq 1$, per ogni $x\in(0,+\infty)$.

2. Si considera la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2x+3}{x^2+3x+3}$.

5p **a)** Dimostrare che $\int_1^2 (x^2+3x+3)f(x)\,dx=6$.

5p **b)** Dimostrare che la superficia piana limitata dal grafico della funzione f, l'asse Ox e le rette di equazione $x=0$ e $x=3$ ha l'area uguale a $\ln 7$.

5p **c)** Dimostrare che $\int_{-1}^0 f'(x)f(x)\,dx=0$.