

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. Tema

(30 Puncte)

- 5p 1. Bestimme das erste Glied der geometrischen Folge $(b_n)_{n \geq 1}$, wenn $b_5 = 48$ und $b_8 = 384$.
- 5p 2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 7x + 6$. Bestimme den Abstand zwischen den Schnittpunkten des Schaubildes der Funktion f mit der Ox Achse.
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $32^x = 16 \cdot 2^x$.
- 5p 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte natürliche Zahl n der Menge $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, die Gleichung $n^2 - 5n + 6 = 0$ erfüllt.
- 5p 5. Bestimme die reelle Zahl a , wenn die Vektoren $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + (a-1)\vec{j}$ und $\vec{v} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$ kollinear sind.
- 5p 6. Zeige, dass $(2 \sin x + \cos x)^2 + (\sin x + 2 \cos x)^2 - 4 \sin 2x = 5$, für jede reelle Zahl x .

II. Tema

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 0 & x \\ y & 0 \end{pmatrix}$, wo x und y reelle Zahlen sind.
- 5p a) Zeige, dass $\det(2A) = -28$.
- 5p b) Bestimme die reellen Zahlen x und y , wenn $A + 2B = I_2$, wo $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Wenn $AB = BA$, zeige, dass $\det B \leq 0$.
2. Gegeben ist die Verknüpfung $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$ in der Menge der reellen Zahlen.
- 5p a) Zeige, dass $(-1) \circ 1 = -1$.
- 5p b) Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $x \circ x = x$.
- 5p c) Bestimme die Zahlenpaare (a, b) , wobei a und b ganze Zahlen sind und $a \circ b = 8$.

III. Tema

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-2)e^x$.
- 5p a) Zeige, dass $f'(x) = (x-1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $-\infty$ des Schaubildes der Funktion f .
- 5p c) Zeige, dass $f'(x) \geq -1$, für jede reelle Zahl x .
2. Gegeben ist die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x}$.
- 5p a) Zeige, dass $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = 3$.
- 5p b) Zeige, dass die Funktion $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + \ln x + 2016$ eine Stammfunktion der Funktion f ist.
- 5p c) Zeige, dass das Volumen des Drehkörpers, den man durch die Rotation des Schaubildes der Funktion $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$ um die Ox Achse erhält, kleiner als 14π ist.