Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

PRIMO QUESITO (30 punti)

5p **1.** Determinare il primo termine della progressione geometrica $(b_n)_{n\geq1}$, conoscendo che $b_5=48$ e $b_8=384$.

5p **2.** Si considera la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-7x+6$. Determinare la distanza tra i punti di intersezione del grafico della funzione f con l'asse Ox.

5p **3.** Risolvere nell'insieme dei numeri reali l'equazione $32^x=16\cdot2^x$.

5p **4.** Calcolare la probabilità che, scegliendo un numero naturale n dell'insieme $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, esso soddisfi l'ugualianza $n^2-5n+6=0$.

5p **5.** Determinare il numero reale a, conoscendo che i vettori $\vec{u}=(a+1)\vec{i}+(a-1)\vec{j}$ e $\vec{v}=6\vec{i}+2\vec{j}$ sono allineati.

5p **6.** Dimostrare che $(2\sin x+\cos x)^2+(\sin x+2\cos x)^2-4\sin 2x=5$, per ogni numero reale x.

SECONDO QUESITO (30 punti)

1. Si considerano le matrici $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 1\end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix}0 & x\\ y & 0\end{pmatrix}$, con x e y numeri reali.

5p **a)** Dimostrare che $\det(2A)=-28$.

5p **b)** Determinare i numeri reali x e y, conoscendo che $A+2B=I_2$, con $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **c)** Se $AB=BA$, dimostrare che $\det B\leq 0$.

2. Nell'insieme dei numeri reali è definita la legge di composizione $x\circ y=3xy+3x+3y+2$.

5p **a)** Dimostrare che $(-1)\circ1=-1$.

5p **b)** Risolvere nell'insieme dei numeri reali l'equazione $x\circ x=x$.

5p **c)** Determinare le coppie (a,b) di numeri interi relativi, conoscendo che $a\circ b=8$.

TERZO QUESITO (30 punti)

1. Si considera la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-2)e^x$.

5p **a)** Dimostrare che $f'(x)=(x-1)e^x$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinare l'equazione dell'asintoto orizzontale verso $-\infty$ al grafico della funzione f.

5p **c)** Dimostrare che $f'(x)\geq-1$, per ogni numero reale x.

2. Si considera la funzione $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x}$.

5p **a)** Dimostrare che $\displaystyle\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=3$.

5p **b)** Dimostrare che la funzione $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^2+\ln x+2016$ è una primitiva della funzione f.

5p **c)** Dimostrare che il volume del solido ottenuto facendo ruotare attorno all'asse Ox il grafico della funzione $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ è minore di 14π.