Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. THEMA (30 Punkte)

5p **1.** Bestimme das zweite Glied der geometrischen Folge $(b_n)_{n\ge1}$, wenn $b_1=4$ und der Quotient $q=2$ ist.

5p **2.** Bestimme die Koordinaten des Scheitelpunktes der Parabel, die der Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x$ zugeordnet ist.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_3(2x+1)=\log_3 5$.

5p **4.** Bestimme die Anzahl der Teilmengen mit zwei Elementen der Menge $\{0,1,2,3,4\}$.

5p **5.** Bestimme die reelle Zahl m, wenn der Punkt $M(1,0)$ zu der Geraden $y=mx-2$ gehört.

5p **6.** Berechne die Länge des Radius des Umkreises des Dreiecks ABC, wo $AB=\sqrt{2}$ und $C=\frac{\pi}{4}$.

II. THEMA (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(a)=\begin{pmatrix}2-a & 1\\ 1 & 2-a\end{pmatrix}$, wo a eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det(A(2))=-1$.

5p **b)** Beweise, dass $A(a)+A(-a)=2A(0)$, für jede reelle Zahl a.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl x, wenn $A(x)A(x)=2A(1)$.

2. Gegeben ist das Polynom $f=X^3-4X^2+mX+4$, wo m eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $f(-1)+f(1)=0$, für jede reelle Zahl m.

5p **b)** Für $m=-1$, zeige, dass das Polynom f teilbar durch das Polynom X^2-1 ist.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl m, wenn $x_1^2+x_2^2+x_3^2-4\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=0$, wo x_1, x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

III. THEMA (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x-1}$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=\frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.

5p **b)** Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f in dem Punkt mit der Abszisse $x=2$, der zum Schaubild der Funktion f gehört.

5p **c)** Beweise, dass $f(e)<\frac{7}{2}$.

2. Gegeben ist die Funktion $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{e^x}{x^2}$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_1^2 x^2 f(x)\,dx=e(e-1)$.

5p **b)** Beweise, dass jede Stammfunktion von f konvex in dem Intervall $[2,+\infty)$ ist.

5p **c)** Beweise, dass der Inhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion f, der Ox -Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x=1$ und $x=2$ kleiner oder gleich $e(e-1)$ ist.