

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Varianta 01

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. THEMA

(30 Puncte)

- 5p 1. Zeige, dass $(\sqrt{5} + 2)^2 - 4\sqrt{5} = 9$.
- 5p 2. Bestimme die reelle Zahl m , wenn der Punkt $M(m, 4)$ zum Schaubild der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ gehört.
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_4(x^2 + 9) = \log_4 25$.
- 5p 4. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte Zahl aus der Menge $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, teilbar durch 2 ist.
- 5p 5. Bestimme die reelle Zahl a , so dass die Vektoren $\vec{u} = (a-1)\vec{i} - 3\vec{j}$ und $\vec{v} = 2\vec{i} - 6\vec{j}$ kollinear sind.
- 5p 6. Wenn $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ und $\cos x = \frac{1}{2}$, zeige, dass $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

II. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x) = \begin{pmatrix} 1+3x & 2x \\ -6x & 1-4x \end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.
- 5p a) Zeige, dass $\det(A(0)) = 1$.
- 5p b) Beweise, dass $A(x)A(y) = A(x+y-xy)$, für alle reellen Zahlen x und y .
- 5p c) Bestimme die reelle Zahl x , wenn $A(2^x)A(2^x) = A(1)$.
2. Gegeben ist das Polynom $f = X^3 - X^2 + aX + 2$, wo a eine reelle Zahl ist.
- 5p a) Zeige, dass $f(-1) + f(1) = 2$, für jede reelle Zahl a .
- 5p b) Bestimme die reelle Zahl a , so dass das Polynom f teilbar durch das Polynom $X^2 - 2X + 2$ ist.
- 5p c) Beweise, dass $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + 3x_1x_2 + 3x_2x_3 + 3x_1x_3 = -5$, für jede reelle Zahl a , wo x_1, x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.

III. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: (3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 11}{x - 3}$.
- 5p a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{(x-1)(x-5)}{(x-3)^2}$, $x \in (3, +\infty)$.
- 5p b) Bestimme die Gleichung der schiefen Asymptoten gegen $+\infty$ des Schaubildes der Funktion f .
- 5p c) Beweise, dass $f(\pi) > 13$.
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (3x+1)e^x$.
- 5p a) Zeige, dass $\int_0^1 \frac{1}{e^x} f(x) dx = \frac{5}{2}$.
- 5p b) Bestimme die reelle Zahl m , so dass die Funktion $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (3x+m)e^x$ eine Stammfunktion für die Funktion f ist.
- 5p c) Bestimme die reelle, von Null verschiedene Zahl a , wenn $\int_0^a f(x) dx = 3a$.