

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XII-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2(a+ib) + (a-ib) = 6+i \Leftrightarrow 3a+ib = 6+i$, unde $z = a+ib$ și $a, b \in \mathbb{R}$ $a=2$, $b=1$, deci $z = 2+i$	2p 3p
2.	$f(1) + f(2) + \dots + f(10) = (4 \cdot 1 - 5) + (4 \cdot 2 - 5) + \dots + (4 \cdot 10 - 5) = 4(1+2+\dots+10) - 10 \cdot 5 = 220 - 50 = 170$	3p 2p
3.	$\log_2(x+3) = \log_2 2 + \log_2(x+1) \Rightarrow x+3 = 2(x+1)$ $x=1$, care verifică ecuația	3p 2p
4.	Sunt 90 de numere naturale de două cifre, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 9 numere cu cifrele egale, deci sunt 9 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$	2p 2p 1p
5.	$m_{AB} = 1 \Rightarrow m_d = -1$, unde d este dreapta care trece prin C și este perpendiculară pe AB Ecuația dreptei d este $y = -x + 4$	2p 3p
6.	$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow BC = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} =$ $= \frac{3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = 6$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 9 & 1 \end{pmatrix}$, $A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 9 & 0 \end{pmatrix}$ $A(1) - A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	2p 3p
b)	$\det(A(x)) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{vmatrix} = 3x^2 + 18 + 4x - 12 - 9x - 2x^2 =$ $= x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$, pentru orice număr real x	3p 2p
c)	$\det(A(x)) = x^2 - 5x + 6 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ Valoarea minimă se obține pentru $a = \frac{5}{2}$	2p 3p

2.a)	$x \circ y = 4xy - 4x - 4y + 4 + 1 =$ $= 4x(y-1) - 4(y-1) + 1 = 4(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
b)	$N = 4(2016-1)(2017-1) + 1 = 4 \cdot 2015 \cdot 2016 + 1 =$ $= 4 \cdot 2015 \cdot (2015+1) + 1 = 4 \cdot 2015^2 + 4 \cdot 2015 + 1 = (2 \cdot 2015 + 1)^2 = 4031^2$	2p 3p
c)	$a \circ b = 13 \Leftrightarrow 4(a-1)(b-1) + 1 = 13 \Leftrightarrow (a-1)(b-1) = 3$ Cum a și b sunt numere naturale, obținem $a = 2$, $b = 4$ sau $a = 4$, $b = 2$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} =$ $= 2x \ln x + x = x(2 \ln x + 1)$, $x \in (0, +\infty)$	3p 2p
b)	$f(1) = 0$, $f'(1) = 1$ Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x-1)$, adică $y = x - 1$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ $x \in \left(0, \frac{1}{\sqrt{e}}\right] \Rightarrow f'(x) \leq 0$, deci f descrescătoare pe $\left(0, \frac{1}{\sqrt{e}}\right]$ $x \in \left[\frac{1}{\sqrt{e}}, +\infty\right) \Rightarrow f'(x) \geq 0$, deci f crescătoare pe $\left[\frac{1}{\sqrt{e}}, +\infty\right)$ Cum $f\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = -\frac{1}{2e}$, obținem $f(x) \geq -\frac{1}{2e} \Leftrightarrow 1 + 2ef(x) \geq 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$	1p 1p 1p 2p
2.a)	$\int_0^1 f(x)e^{-x} dx = \int_0^1 (x-1)e^x e^{-x} dx = \int_0^1 (x-1) dx = \left(\frac{x^2}{2} - x\right) \Big _0^1 =$ $= \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$	3p 2p
b)	$F'(x) = (x+a+1)e^x$, $x \in \mathbb{R}$ $F'(x) = f(x) \Rightarrow (x+a+1)e^x = (x-1)e^x$ pentru orice număr real x , de unde obținem $a = -2$	2p 3p
c)	$x^3 f(x) = (x^4 - x^3)e^x$ și, cum $x \in [0, 1] \Rightarrow 1 \leq e^x$ și $x^4 - x^3 \leq 0$, obținem $x^3 f(x) \leq x^4 - x^3$ $\int_0^1 x^3 f(x) dx \leq \int_0^1 (x^4 - x^3) dx = \left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4}\right) \Big _0^1 = -\frac{1}{20}$	3p 2p