

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. THEMA

(30 Puncte)

- 5p** 1. Bestimme die komplexe Zahl z , wenn $2z + \bar{z} = 6 + i$, wobei \bar{z} die konjugierte Zahl von z ist.
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 5$. Berechne $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(10)$.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_2(x+3) = 1 + \log_2(x+1)$.
- 5p** 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus der Menge der zweistelligen natürlichen Zahlen gewählte Zahl gleiche Ziffern hat.
- 5p** 5. Im kartesischen Koordinatensystem xOy seien die Punkte $A(1,1)$ und $B(5,5)$. Bestimme die Gleichung der Geraden, die durch den Punkt $C(-2,6)$ läuft und senkrecht ist auf die Gerade AB .
- 5p** 6. Sei das Dreieck ABC mit $AB = 3\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle ACB) = 30^\circ$ und $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$. Bestimme die Länge der Seite BC .

II. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{pmatrix}$, wobei x eine reelle Zahl ist.
- 5p** a) Berechne $A(1) - A(0)$.
- 5p** b) Zeige, dass $\det(A(x)) = (x-2)(x-3)$, für alle reellen Zahlen x .
- 5p** c) Bestimme die reelle Zahl a , für welche die $\det(A(a)) \leq \det(A(x))$, für alle reellen Zahlen x .
2. Auf der Menge der reellen Zahlen wird die Verknüpfung $x \circ y = 4xy - 4x - 4y + 5$ definiert.
- 5p** a) Zeige, dass $x \circ y = 4(x-1)(y-1) + 1$, für alle reellen Zahlen x und y .
- 5p** b) Zeige, dass $N = 2016 \circ 2017$ das Quadrat einer natürlichen Zahl ist.
- 5p** c) Bestimme die natürlichen Zahlen a und b , für welche $a \circ b = 13$.

III. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 \ln x$.
- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = x(2 \ln x + 1)$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der Tangenten an das Schaubild der Funktion f im Punkt des Grafen von f mit der Abszisse $x = 1$.
- 5p** c) Beweise, dass $1 + 2e f(x) \geq 0$, für jede reelle Zahl x , $x \in (0, +\infty)$.
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_0^1 f(x)e^{-x} dx = -\frac{1}{2}$.
- 5p** b) Bestimme die reelle Zahl a , wenn die Funktion $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (x+a)e^x$ eine Stammfunktion der Funktion f ist.
- 5p** c) Zeige, dass $\int_0^1 x^3 f(x) dx \leq -\frac{1}{20}$.