

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

QUESITO NUMERO I

(30 puncti)

- 5p** 1. Determinare il numero complesso z , sapendo che $2z + \bar{z} = 6 + i$, dove \bar{z} è il coniugato di z .
- 5p** 2. Si considera la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 5$. Calcolare $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(10)$.
- 5p** 3. Risolvere nell'insieme dei numeri reali l'equazione $\log_2(x+3) = 1 + \log_2(x+1)$.
- 5p** 4. Calcolare la probabilità che, scegliendo un numero dall'insieme dei numeri naturali da due cifre, questo abbia le cifre uguali.
- 5p** 5. Nel sistema cartesiano xOy si considerano i punti $A(1,1)$ e $B(5,5)$. Determinare l'equazione della retta passante per il punto $C(-2,6)$ e perpendicolare alla retta AB .
- 5p** 6. Si considera il triangolo ABC con $AB = 3\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle ACB) = 30^\circ$ e $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$. Determinare la lunghezza del lato BC .

QUESITO NUMERO II

(30 puncti)

1. Si considera la matrice $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{pmatrix}$, con x numero reale.

- 5p** a) Calcolare $A(1) - A(0)$.
- 5p** b) Dimostrare che $\det(A(x)) = (x-2)(x-3)$, per ogni numero reale x .
- 5p** c) Determinare il numero reale a per il quale $\det(A(a)) \leq \det(A(x))$, per ogni numero reale x .
2. Nell'insieme dei numeri reali è definita la legge di composizione $x \circ y = 4xy - 4x - 4y + 5$.
- 5p** a) Dimostrare che $x \circ y = 4(x-1)(y-1) + 1$, per ogni numeri reali x e y .
- 5p** b) Dimostrare che $N = 2016 \circ 2017$ è il quadrato di un numero naturale.
- 5p** c) Determinare i numeri naturali a e b per i quali $a \circ b = 13$.

QUESITO NUMERO III

(30 puncti)

1. Si considera la funzione $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 \ln x$.

- 5p** a) Dimostrare che $f'(x) = x(2 \ln x + 1)$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinare l'equazione della tangente al grafico della funzione f nel punto di ascissa $x = 1$, appartenente al grafico della funzione f .
- 5p** c) Dimostrare che $1 + 2e f(x) \geq 0$, per ogni numero reale x , $x \in (0, +\infty)$.

2. Si considera la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$.

5p a) Dimostrare che $\int_0^1 f(x)e^{-x} dx = -\frac{1}{2}$.

5p b) Determinare il numero reale a , sapendo che la funzione $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (x+a)e^x$ è una primitiva della funzione f .

5p c) Dimostrare che $\int_0^1 x^3 f(x) dx \leq -\frac{1}{20}$.