Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. THEMA (30 Punkte)

5p	**1.** Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 2+3i$ und $z_2 = 1+2i$. Zeige, dass $2z_1 - 3z_2 = 1$.
5p	**2.** Gegeben sind x_1 und x_2 die Lösungen der Gleichung $x^2 - 3mx + 2 = 0$, wo m eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl m, wenn $x_1 + x_2 + x_1x_2 + 1 = 0$.
5p	**3** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_4(x+3) + \log_4(x-3) = 2$.
5p	**4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass das Produkt der Ziffern einer zweistelligen natürlichen Zahl 6 ist.
5p	**5.** Bestimme die reelle Zahl a, für die die Vektoren $\vec{u} = a\vec{i} + 2\vec{j}$ und $\vec{v} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ kollinear sind.
5p	**6**. Zeige, dass $(\sin x - \cos x)^2 + \sin 2x = 1$, für alle reellen Zahlen x.

II. THEMA (30 Punkte)

	1. Gegeben ist die Matrix $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.
5p	**a)** Zeige, dass $\det(A(0)) = -1$.
5p	**b)** Bestimme die reellen Zahlen x, für die $\det(A(x)) \cdot \det(A(x+1)) = 12$.
5p	**c)** Bestimme die Matrix $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, für die $A(2) \cdot X = A(0)$.
	2. Gegeben ist das Polynom $f = X^3 - (m+2)X^2 + (m^2+2)X - 1$, wo m eine reelle Zahl ist.
5p	**a)** Zeige, dass $f(0) = -1$, für alle reellen Zahlen m.
5p	**b)** Beweise, dass $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2 = -4(m-1)^2$, für alle reellen Zahlen m, wo x_1, x_2 und x_3 die Wurzeln des Polynoms f sind.
5p	**c)** Bestimme die reelle Zahl m, für die alle Wurzeln des Polynoms f reelle Zahlen sind.

III. THEMA (30 Punkte)

	1. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2e^x - x^2 - 2x - 2$.
5p	**a)** Zeige, dass $f'(x) = 2(e^x - x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
5p	**b** Bestimme die Gleichung der Tangenten an den Grafen der Funktion f, im Punkt des Schaubildes von f mit der Abszisse $x = 0$.
5p	**c)** Beweise, dass die Funktion f steigend auf $\mathbb{R}$ ist.
	2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x+2)^n$, wo n eine natürliche, von Null verschiedene Zahl ist.
5p	**a)** Zeige, dass $\int_{-2}^{1} (x+2)^2\, dx = 9$.

5p **b)** Für $n=1$, zeige, dass $\int_0^1 f(x)e^x dx = 2e-1$.

5p **c)** Bestimme die natürliche, von Null verschiedene Zahl n, für die der Flächeninhalt der Menge begrenzt von dem Grafen der Funktion f, der Ox - Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x=-1$ und $x=1$ gleich $\frac{242}{n+1}$ ist.