

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Adottak az $z_1 = 2 + 3i$ és $z_2 = 1 + 2i$ komplex számok. Igazold, hogy $2z_1 - 3z_2 = 1$.
- 5p 2. Jelölje x_1 és x_2 az $x^2 - 3mx + 2 = 0$ egyenlet gyökeit, ahol m valós szám. Határozd meg az m valós szám értékét tudva, hogy $x_1 + x_2 + x_1x_2 + 1 = 0$.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_4(x+3) + \log_4(x-3) = 2$ egyenletet!
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám számjegyeinek szorzata 6 legyen!
- 5p 5. Határozd meg azt az a valós számot, amelyre az $\vec{u} = a\vec{i} + 2\vec{j}$ és $\vec{v} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ vektorok kollineárisak!
- 5p 6. Igazold, hogy $(\sin x - \cos x)^2 + \sin 2x = 1$, bármely x valós szám esetén!

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\det(A(0)) = -1$.
- 5p b) Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyekre $\det(A(x)) \cdot \det(A(x+1)) = 12$.
- 5p c) Határozd meg azt az $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrixot, amelyre $A(2) \cdot X = A(0)$.
2. Adott az $f = X^3 - (m+2)X^2 + (m^2+2)X - 1$ polinom, ahol m valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $f(0) = -1$, bármely m valós szám esetén!
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2 = -4(m-1)^2$, bármely m valós szám esetén, ahol x_1, x_2 és x_3 az f polinom gyökei!
- 5p c) Határozd meg azt az m valós számot, amelyre az f polinom minden gyöke valós!

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2e^x - x^2 - 2x - 2$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 2(e^x - x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez, az f függvény grafikus képének az $x=0$ abszcisszájú pontjában húzott érintő egyenletét!
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy az f függvény szigorúan növekvő az \mathbb{R} -en!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+2)^n$ függvény, ahol n nullától különböző természetes szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_{-2}^1 (x+2)^2 dx = 9$.
- 5p b) Igazold, hogy ha $n=1$, akkor $\int_0^1 f(x)e^x dx = 2e - 1$.
- 5p c) Határozd meg az n nullától különböző természetes számot úgy, hogy az f függvény grafikus képe, az Ox tengely, az $x=-1$ és az $x=1$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe $\frac{242}{n+1}$ legyen!