

**Examenul de bacalaureat național 2017**  
**Proba E. c)**

**Matematică  $M\_mate-info$**

**Varianta 2**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*  
*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**I. FELADATSOR**

**(30 punct)**

- 5p** 1. Adott a  $z = 2 + i$  komplex szám. Igazold, hogy  $z + \bar{z} + z\bar{z} = 9$ , ahol  $\bar{z}$  a  $z$  szám konjugáltja!
- 5p** 2. Határozd meg az  $m$  valós számot úgy, hogy az  $A(1, m)$  pont rajta legyen az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  függvény grafikus képén!
- 5p** 3. Oldd meg az  $(1 - \log_2 x)(2 - \log_2 x) = 0$  egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p** 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok közül véletlenszerűen kiválasztott számban a tízesek számjegye szigorúan kisebb legyen mint az egyesek számjegye!
- 5p** 5. Az  $xOy$  koordináta-rendszerben adottak az  $A(3, 1)$ ,  $B(3, 3)$  és  $C(0, 2)$  pontok. Határozd meg az  $ABC$  háromszög  $C$  pontjából húzott oldaldelezőjének hosszát!
- 5p** 6. Igazold, hogy  $(1 + \operatorname{tg}^2 x) \cos^2 x - (1 + \operatorname{ctg}^2 x) \sin^2 x = 0$ , bármely  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  esetén!

**II. FELADATSOR**

**(30 punct)**

1. Adott az  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & a \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$  mátrix, és az  $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x + 2y + az = 0 \\ -2x - y + 3z = 0 \end{cases}$  egyenletrendszer, ahol  $a$  valós szám.
- 5p** a) Igazold, hogy  $\det(A(9)) = 0$ .
- 5p** b) Határozd meg az  $a$  valós szám azon értékeit, amelyekre az egyenletrendszernek egyetlen megoldása van!
- 5p** c) Igazold, hogy  $-x_0 + y_0 + z_0 = 11(x_0 + y_0 + z_0)$ , ahol az  $(x_0, y_0, z_0)$  az egyenletrendszernek olyan megoldása, amelyre  $x_0, y_0$  és  $z_0$  nullától különböző valós számok!
2. Adott a valós számok halmazán értelmezett  $x \circ y = xy + 7x + 7y + 42$  művelet.
- 5p** a) Igazold, hogy  $x \circ y = (x + 7)(y + 7) - 7$ , bármely  $x$  és  $y$  valós szám esetén!
- 5p** b) Határozd meg azokat az  $x$  valós számokat, amelyekre  $x \circ x = x$ .
- 5p** c) Határozd meg az  $a$  valós számot, ha tudjuk, hogy  $2017^a \circ (-6) = 1$ .

**III. FELADATSOR**

**(30 punct)**

1. Adott az  $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{1-x}$  függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy  $f'(x) = \frac{1-x+x \ln x}{x(1-x)^2}$ ,  $x \in (1, +\infty)$ .
- 5p** b) Határozd meg az  $f$  függvény grafikus képe vízszintes aszimptotájának egyenletét a  $+\infty$  felé!
- 5p** c) Igazold, hogy  $x \ln x > x - 1$ , bármely  $x \in (1, +\infty)$  esetén!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + 3x^2$  függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy  $\int_0^1 (f(x) - 3x^2) dx = e - 1$ .

- 5p** b) Igazold, hogy  $\int_0^1 x f(x) dx = \frac{7}{4}$ .
- 5p** c) Határozd meg azt az  $n$  nullától különböző természetes számot, amelyre a  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x) - e^x$  függvény grafikus képe, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x=0$  és  $x=n$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe  $n^2 - n + 1$ .