

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ZAVДАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Розглядають комплексне число $z = 2 + i$. Докажіть, що $z + \bar{z} + z\bar{z} = 9$, де \bar{z} є спряженим для z .
- 56 2. Визначте дійсне число m , знаючи, що точка $A(1, m)$ належить графіку функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$.
- 56 3. Розв'яжіть у множині дійсних чисел рівняння $(1 - \log_2 x)(2 - \log_2 x) = 0$.
- 56 4. Обчисліть ймовірність того, що, вибираючи число з множини двоцифрових натуральних чисел, цифра його десятків буде строго меншою від цифри одиниць.
- 56 5. У декартовому репері xOy розглядають точки $A(3,1)$, $B(3,3)$ і $C(0,2)$. У трикутнику ABC визначте довжину медіани проведеної з вершини C .
- 56 6. Докажіть, що $(1 + \operatorname{tg}^2 x)\cos^2 x - (1 + \operatorname{ctg}^2 x)\sin^2 x = 0$, для будь-якого $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

ZAVДАННЯ II

(30 балів)

1. Дано матрицю $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & a \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ і систему рівнянь $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x + 2y + az = 0 \\ -2x - y + 3z = 0 \end{cases}$, де a - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $\det(A(9)) = 0$.
- 56 б) Визначте дійсні значення a , для якого система має єдиний розв'язок.
- 56 в) Докажіть, що, якщо система має розв'язок (x_0, y_0, z_0) , де x_0, y_0 та z_0 ненульові дійсні числа, то $-x_0 + y_0 + z_0 = 11(x_0 + y_0 + z_0)$.
2. На множині дійсних чисел задають закон композиції $x \circ y = xy + 7x + 7y + 42$.
- 56 а) Докажіть, що $x \circ y = (x + 7)(y + 7) - 7$, для будь-яких дійсних чисел x і y .
- 56 б) Визначте дійсні числа x , знаючи, що $x \circ x = x$.
- 56 в) Визначте дійсне число a , знаючи, що $2017^a \circ (-6) = 1$.

ZAVДАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{1-x}$.
- 56 а) Докажіть, що $f'(x) = \frac{1-x+x\ln x}{x(1-x)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 56 б) Визначте рівняння горизонтальної асимптоти, прямоючої до $+\infty$ до графіка функції f .
- 56 в) Докажіть, що $x \ln x > x - 1$ для будь-якого $x \in (1, +\infty)$.
2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 3x^2$.
- 56 а) Докажіть, що $\int_0^1 (f(x) - 3x^2) dx = e - 1$.
- 56 б) Докажіть, що $\int_0^1 x f(x) dx = \frac{7}{4}$.
- 56 в) Знайдіть ненульове натуральне число n , для якого поверхня обмежена графіком функції $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - e^x$, віссю Ox і прямими, заданими рівняннями $x = 0$ і $x = n$, має площу рівну $n^2 - n + 1$.