Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

PRIMO QUESITO (30 punti)

5p **1.** Determinare il primo termine della progressione aritmetica $(a_n)_{n\geq 1}$, conoscendo che $a_3 = 10$ e la raggione $r = 3$.

5p **2.** Determinare il numero reale m, conoscendo che il punto $A(1,3)$ appartiene al grafico della funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 2m$.

5p **3.** Risolvere nell'insieme dei numeri reali l'equazione $4^x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

5p **4.** Determinare quanti numeri naturali pari, di due cifre distinte, hanno per cifre gli elementi dell'insieme $\{1, 2, 3, 4\}$.

5p **5.** Sul piano cartesiano xOy si considerano i punti $A(4,2)$ e $B(2,4)$. Determinare l'equazione dell'asse del segmento AB.

5p **6.** Calcolare la lungheza del raggio della circonferenza circoscritta al triangolo rettangolo ABC avente i cateti $AB = 8$ e $AC = 6$.

SECONDO QUESITO (30 punti)

1. Si considera la matrice $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2x+5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, con x numero reale.

5p **a)** Dimostrare che $\det(A(-2)) = -4$.

5p **b)** Dimostrare che $A(x) + A(-x) = A(2017) + A(-2017)$, per ogni numero reale x.

5p **c)** Determinare i numeri reali p e q, per i quali $A(0)\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$.

2. Nell'insieme dei numeri reali è definita la legge di composizione $x \circ y = xy + 6x + 6y + 30$.

5p **a)** Dimostrare che $x \circ y = (x+6)(y+6) - 6$, per ogni numeri reali x ed y.

5p **b)** Dimostrare che $e = -5$ è l'elemento neutro della legge di composizione „$\circ$".

5p **c)** Determinare il numero reale x per il cui $x \circ (-2017) = 2017 \circ (-6)$.

TERZO QUESITO (30 punti)

1. Si considera la funzione $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$.

5p **a)** Dimostrare che $f'(x) = \frac{x-2}{x^2}$, $x \in (0,+\infty)$.

5p **b)** Determinare l'equazione della tangente al grafico della funzione f nel suo punto di ascissa $x = 1$.

5p **c)** Dimostrare che $\frac{2}{x} + \ln x \geq 1 + \ln 2$, per ogni $x \in (0,+\infty)$.

2. Si considera la funzione $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+2}{2x}$.

5p **a)** Dimostrare che $\int_1^2 2x\, f(x)\,dx = \frac{13}{3}$.

5p **b)** Determinare la primitiva F della funzione f, per la cui $F(1) = 1$.

5p **c)** Dimostrare che $2\int_1^n \left(f(x) + x f'(x) \right) dx = n^2 - 1$, per ogni numero naturale n, $n \geq 2$.