

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Varianta 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I.THEMA

(30 Puncte)

- 5p 1. Zeige, dass $\left(4 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{8}{15} = 2$.
- 5p 2. Bestimme die reelle Zahl m so, dass der Punkt $A(1,5)$ zum Schaubild der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + m$ gehört.
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$.
- 5p 4. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine aus der Menge $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ gewählte Zahl n die Gleichung $(n-2)(n-4) = 0$ erfüllt.
- 5p 5. In dem kartesischen Koordinatensystem xOy sind die Punkte $M(0,3)$, $N(4,3)$ und $P(4,0)$ gegeben. Berechne den Umfang des Dreiecks MNP .
- 5p 6. Zeige, dass $\sin^2 120^\circ - \cos^2 30^\circ = 0$.

II.THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Zeige, dass $\det A = -13$.
- 5p b) Zeige, dass $A \cdot B - B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ -10 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Bestimme die reellen Zahlen x so, dass $\det(B \cdot B - xI_2) = 0$, wobei $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Gegeben ist das Polynom $f = X^3 + 3X^2 - X - 3$.
- 5p a) Zeige, dass $f(1) = 0$.
- 5p b) Bestimme den Quotienten und den Rest der Division des Polynoms f durch das Polynom $X - 2$.
- 5p c) Beweise, dass $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$, wo x_1, x_2 und x_3 Wurzeln des Polynoms f sind.

III.THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$.
- 5p a) Zeige, dass $f'(x) = 6(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Zeige, dass $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0$.
- 5p c) Beweise, dass $0 \leq f(x) \leq 8$, für jedes $x \in [-1, 1]$.
2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 5x$.
- 5p a) Zeige, dass $\int_0^1 (f(x) - 5x) dx = \frac{1}{3}$.

- 5p** b) Zeige, dass die Funktion $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 2017$ eine Stammfunktion der Funktion f ist.
- 5p** c) Beweise, dass das Volumen des Körpers, den man durch die Drehung des Schaubildes der Funktion $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ um die Ox Achse erhält, $\frac{127\pi}{3}$ ist.