

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Számítsd ki az $a = \sqrt[3]{125} + \sqrt{5}$ valós szám egész részét!
- 5p** 2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$ függvény, ahol m valós szám. Határozd meg az m valós számot tudva, hogy $(f \circ f)(x) = f(x+1)$, bármely x valós szám esetén!
- 5p** 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+1} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+5}$ egyenlőtlenséget!
- 5p** 4. Határozd meg az $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ halmaz azon részhalmazainak a számát, amelyeknek legalább három eleme van!
- 5p** 5. Adott az MNP háromszög, amelyben $MN = 6$, $MP = 8$ és $m(\sphericalangle M) = 90^\circ$. Számítsd ki az $\vec{u} = \vec{MN} + \vec{MP}$ vektor hosszát!
- 5p** 6. Határozd meg az x valós számot tudva, hogy $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + 2 = 0$ és $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & 2x-1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 2x-1 & 0 & x \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x valós szám.

- 5p** a) Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyekre $\det(A(x)) = 0$.
- 5p** b) Igazold, hogy $A(x) + A(1-x) = 2A\left(\frac{1}{2}\right)$, bármely x valós szám esetén!
- 5p** c) Határozd meg azt az x valós számot, amelyre $A(x) \cdot A(1-x) = \frac{1}{2}A\left(\frac{1}{2}\right)$.
2. A $\mathbb{Z}_{20} = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \dots, \hat{19}\}$ halmazon értelmezzük az $x \circ y = xy + \hat{3}x + \hat{3}y + \hat{9}$ műveletet.
- 5p** a) Igazold, hogy $x \circ y = (x + \hat{3})(y + \hat{3})$, bármely $x, y \in \mathbb{Z}_{20}$ esetén!
- 5p** b) Határozd meg az $a \in \mathbb{Z}_{20}$ értékét tudva, hogy $a \circ x = \hat{0}$ bármely $x \in \mathbb{Z}_{20}$ esetén!
- 5p** c) Adj példát olyan $a, b \in \mathbb{Z}_{20} \setminus \{\hat{17}\}$ értékekre, amelyekre $a \circ b = \hat{0}$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - \sqrt{x}$ függvény.
- 5p** a) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1} = \frac{7}{2}$.
- 5p** b) Határozd meg az f függvény képhalmazát!

5p c) Igazold, hogy $2e^{2x} - e^{\frac{x}{2}} + \frac{3}{8} \geq 0$, bármely x valós szám esetén!

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arctg x$ függvény.

5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 f(\operatorname{tg} x) dx = \frac{1}{2}$.

5p b) Számítsd ki $\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx$.

5p c) Igazold, hogy $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{n+2} \leq (n+1) \int_0^1 x^n f(x) dx \leq \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2(n+2)}$, bármely nullától különböző n természetes szám esetén!