Examenul de bacalaureat naţional 2018
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. THEMA (30 Punkte)

5p **1.** Bestimme die konjugierte Zahl der komplexen Zahl $z=(1-i)(2+i)+5i$.

5p **2.** Bestimme die natürlichen Zahlen n, für die $n^2+n-12<0$.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\lg(x+1)=2\lg(x-5)$.

5p **4.** Bestimme die Anzahl der Elemente einer Menge, falls diese 45 Teilmengen mit zwei Elementen hat.

5p **5.** Seien das Rechteck $ABCD$ und $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$. Falls die Länge des Vektors $\vec{v}$ 20 beträgt, bestimme die Länge des Vektors $\overrightarrow{BD}$.

5p **6.** Zeige: falls für die reelle Zahl x die Beziehung $\sin x+\cos x=\sqrt{2}$ gilt, dann $\operatorname{tg} x+\operatorname{ctg} x=2$.

II. THEMA (30 Punkte)

1. Sei die Matrix $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2x\\ -2x & 1 & -2x^2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, wo x eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Bererchne $\det(A(2))$.

5p **b)** Bestimme die reelle Zahl a, für die $\det(A(a)+aA(0))=8$.

5p **c)** Falls $\det((m+n)A(x))=\det(mA(x))+\det(nA(x))+18$, für jede reelle Zahl x, bestimme die natürlichen Zahlen m und n, $m<n$.

2. Auf der Menge $\mathbb{Z}_7$ sei die assoziative Verknüpfung $x*y=xy+\hat{6}x+\hat{6}y+\hat{2}$.

5p **a)** Beweise, dass $x*y=(x+\hat{6})(y+\hat{6})+\hat{1}$, für alle $x, y\in\mathbb{Z}_7$.

5p **b)** Beweise, dass $x*\hat{1}=\hat{1}*x=\hat{1}$, für alle $x\in\mathbb{Z}_7$.

5p **c)** Bererchne $\hat{0}*\hat{1}*\hat{2}*\hat{3}*\hat{4}*\hat{5}*\hat{6}$.

III. THEMA (30 Punkte)

1. Sei die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2-6x+9\right)$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=e^x\left(x^2-4x+3\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Bestimme die Extrempunkte der Funktion f.

5p **c)** Beweise, dass $(x-3)^2\le 4e^{1-x}$, für alle $x\in(-\infty,3]$.

2. Sei die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}3x^2-4x+1, & x\in(-\infty,1)\\ \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}, & x\in[1,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Beweise, dass die Funktion f auf $\mathbb{R}$ Stammfunktionen zulässt.

5p **b)** Zeige, dass $\int_{-1}^{e} f(x)\,dx=2\left(4-\sqrt{e}\right)$.

5p **c)** Bestimme die natürliche Zahl n, für die $\int_{e^n}^{e^{n+1}} f^2(x)\,dx=\dfrac{7}{3}$.