

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Határozd meg a $(b_n)_{n \geq 1}$ mértani haladvány állandó hányadosát, ha $b_1 = 3$ és $b_4 = 24$.
- 5p 2. Határozd meg az a valós számot úgy, hogy az $A(a, 2)$ pont rajta legyen az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 3$ függvény grafikus képén!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_3(x+1) + \log_3(x-1) = \log_3 8$ egyenletet!
- 5p 4. Határozd meg azokat a háromjegyű természetes számokat, amelyek számjegyeinek szorzata 7.
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1, 2)$, $B(5, 5)$ és $C(7, 10)$ pontok. Igazold, hogy $AC = 2AB$.
- 5p 6. Számítsd ki az MNP háromszög területét, ha $MN = 4$ és $m(\sphericalangle N) = m(\sphericalangle P) = 75^\circ$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy $5A - 3B = 8 \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy a B mátrix az A mátrixnak inverze!
- 5p c) Határozd meg az x és y valós számokat, ha $xA \cdot A - 8A = yI_2$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = xy - 2(x + y) + 6$ asszociatív műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $x * y = (x - 2)(y - 2) + 2$ bármely x és y valós szám esetén!
- 5p b) Határozd meg az x valós számot, amelyre $x * 3 = 2018$.
- 5p c) Számítsd ki $\log_2 2 * \log_2 3 * \log_2 4 * \dots * \log_2 2018$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^6 - 6x + 10$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 0$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény monotonitási intervallumait!
- 5p c) Igazold, hogy $f(0, 9) + f(1, 1) \geq 10$.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = e(e - 1)$.
- 5p b) Határozd meg az f függvénynek azt a $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ primitív függvényét, amelyre $F(1) = 0$.
- 5p c) Határozd meg az a valós számot, amelyre $\int_0^1 f(x) f'(x) dx = \frac{1}{2} e^a$.