Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$1+i+(i-1)(1+i)-(i-1)=1+i+\left(i^2-1\right)-i+1=$	**3p**
	$=1+i-2-i+1=0$	**2p**
2.	$f(1)=0$	**2p**
	$f\left(f(1)\right)=f(0)=1$	**3p**
3.	$x^2-5x+7=3\Rightarrow x^2-5x+4=0$	**2p**
	$x=1$ sau $x=4$, care convin	**3p**
4.	Mulțimea numerelor naturale pare de două cifre are 45 de elemente, deci sunt 45 de cazuri posibile	**1p**
	În mulțimea numerelor naturale pare de două cifre sunt 9 numere divizibile cu 5, deci sunt 9 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{9}{45}=\dfrac{1}{5}$	**2p**
5.	$x_A+x_C=6$, $x_B+x_D=6\Rightarrow x_A+x_C=x_B+x_D$	**2p**
	$y_A+y_C=6$, $y_B+y_D=6\Rightarrow y_A+y_C=y_B+y_D\Rightarrow$ segmentele AC și BD au același mijloc, deci $ABCD$ este paralelogram	**3p**
6.	Cum $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ și $\operatorname{tg}x=1$, obținem $x=\dfrac{\pi}{4}$	**2p**
	$\sin\dfrac{\pi}{4}+3\cos\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$X(1)=\begin{pmatrix}1&5\\1&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(X(1)\right)=\begin{vmatrix}1&5\\1&1\end{vmatrix}=1\cdot1-1\cdot5=$	**3p**
	$=1-5=-4$	**2p**
b)	$X(-a)+X(a)=\begin{pmatrix}-a&5\\1&-a\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}a&5\\1&a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&10\\2&0\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}-2018&5\\1&-2018\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2018&5\\1&2018\end{pmatrix}=X(-2018)+X(2018)$, pentru orice număr real a	**2p**
c)	$\begin{pmatrix}ab+5&5(a+b)\\a+b&ab+5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+b&10\\2&a+b\end{pmatrix}$	**3p**
	Cum $a+b=2$ și $ab=-3$, obținem perechile $(-1,3)$ și $(3,-1)$	**2p**
2.a)	$f=X^3-2X^2-X+2\Rightarrow f(2)=2^3-2\cdot2^2-2+2=$	**3p**
	$=8-8-2+2=0$	**2p**
b)	$f(-1)=0\Rightarrow m=2$, deci $f=X^3-2X^2-X+2$	**3p**
	Restul împărțirii lui f la X^2-3X+2 este 0, deci f se divide cu X^2-3X+2	**2p**

c)	$x_1+x_2+x_3=2$, $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=-1$, $x_1x_2x_3=-m$	**3p**
	$\dfrac{x_1^2+x_2^2+x_3^2}{x_1x_2x_3}=6 \Leftrightarrow \dfrac{6}{-m}=6$, deci $m=-1$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{1\cdot(x+1)-x\cdot 1}{(x+1)^2}+\dfrac{1\cdot(x+2)-(x+1)\cdot 1}{(x+2)^2}+\dfrac{1\cdot(x+3)-(x+2)\cdot 1}{(x+3)^2}=$	**3p**
	$=\dfrac{x+1-x}{(x+1)^2}+\dfrac{x+2-x-1}{(x+2)^2}+\dfrac{x+3-x-2}{(x+3)^2}=\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+\dfrac{1}{(x+3)^2}$, $x\in(-1,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}\right)=3$	**3p**
	Dreapta de ecuație $y=3$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcţiei f	**2p**
c)	$f'(x)>0$, pentru orice $x\in(-1,+\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-1,+\infty)$	**2p**
	f este continuă pe $(-1,+\infty)$, $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x)=-\infty$ și $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$, deci $\operatorname{Im} f=(-\infty,3)$	**3p**
2.a)	$\displaystyle\int_1^2 \left(f(x)-\ln x\right)dx=\int_1^2\left(3x^2+2x+1\right)dx=\left(x^3+x^2+x\right)\Big\|_1^2=$	**3p**
	$=(8+4+2)-(1+1+1)=11$	**2p**
b)	$\displaystyle\int_1^e \frac{f(x)}{x}dx=\int_1^e\left(3x+2+\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}\right)dx=\left(\frac{3x^2}{2}+2x+\ln x\right)\Big\|_1^e+\int_1^e\frac{\ln x}{x}dx=$	**3p**
	$=\dfrac{3e^2+4e-5}{2}+\dfrac{1}{2}\ln^2 x\Big\|_1^e=\dfrac{3e^2+4e-4}{2}$	**2p**
c)	$\displaystyle\mathcal{A}=\int_1^a\left\|f(x)\right\|dx=\int_1^a\left(3x^2+2x+1+\ln x\right)dx=\left(x^3+x^2+x\right)\Big\|_1^a+\left(x\ln x-x\right)\Big\|_1^a=a^3+a^2+a\ln a-2$	**3p**
	$a^3+a^2+a\ln a-2=a^3+a^2+a-2 \Rightarrow \ln a=1$, deci $a=e$	**2p**