

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M\_șt-nat*

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $1+i+(i-1)(1+i)-(i-1)=0$ , unde  $i^2=-1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=x^2-2x+1$ . Calculați  $(f\circ f)(1)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(x^2-5x+7)=\log_2 3$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale pare de două cifre, acesta să fie divizibil cu 5.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,3)$ ,  $B(-2,1)$ ,  $C(4,3)$  și  $D(8,5)$ . Demonstrați că patrulaterul  $ABCD$  este paralelogram.
- 5p 6. Arătați că  $\sin x+3\cos x=2\sqrt{2}$ , știind că  $\operatorname{tg} x=1$  și  $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $X(a)=\begin{pmatrix} a & 5 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(X(1))=-4$ .
- 5p b) Demonstrați că  $X(-a)+X(a)=X(-2018)+X(2018)$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p c) Determinați perechile de numere reale  $(a,b)$  pentru care  $X(a)X(b)=X(a)+X(b)$ .
2. Se consideră polinomul  $f=X^3-2X^2-X+m$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Pentru  $m=2$ , arătați că  $f(2)=0$ .
- 5p b) Arătați că, dacă polinomul  $f$  se divide cu  $X+1$ , atunci polinomul  $f$  se divide cu  $X^2-3X+2$ .
- 5p c) Determinați numărul real nenul  $m$ , știind că  $\frac{x_1}{x_2x_3}+\frac{x_2}{x_3x_1}+\frac{x_3}{x_1x_2}=6$ , unde  $x_1, x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f:(-1,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x+2)^2}+\frac{1}{(x+3)^2}$ ,  $x\in(-1,+\infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați imaginea funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f:(0,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=3x^2+2x+1+\ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^2(f(x)-\ln x)dx=11$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_1^e\frac{f(x)}{x}dx=\frac{3e^2+4e-4}{2}$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$ ,  $a>1$ , știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x=1$  și  $x=a$  are aria egală cu  $a^3+a^2+a-2$ .