

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. THEMA

(30 Puncte)

- 5p 1. Berechne den Betrag der komplexen Zahl $z = (2 - i)(3 + 2i) - 4(1 + i)$.
- 5p 2. Bestimme die reellen Werte von m , wenn $x^2 - (2m + 1)x + m(m - 1) \geq 0$, für alle reellen Zahlen x .
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $2 \log_2 x - \log_x 2 = 1$.
- 5p 4. Bestimme die Anzahl der Elemente einer Menge A , wenn die Menge A genau 16 Teilmengen mit höchstens zwei Elementen hat.
- 5p 5. Gegeben sind das Dreieck ABC , der Punkt M die Mitte der Seite BC und der Punkt N die Mitte der Strecke AM . Beweise, dass $2\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$.
- 5p 6. Bestimme $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, wenn $1 + 3 \cos x = \cos 2x$.

II. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben sind die Matrix $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 2 & a & 4 \end{pmatrix}$ und das Gleichungssystem $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 2, \text{ wo } a \\ 2x + ay + 4z = 3 \end{cases}$ eine reelle Zahl ist.
- 5p a) Zeige, dass $\det(A(a)) = a(3 - a)$, für jede reelle Zahl a .
- 5p b) Beweise, dass das Gleichungssystem für $a = 0$ unlösbar ist.
- 5p c) Bestimme die ganzen Zahlen a für die das Gleichungssystem die einzige Lösung (x_0, y_0, z_0) hat und x_0, y_0 und z_0 ganze Zahlen sind.
2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die assoziative Verknüpfung $x \circ y = \sqrt{x^2 y^2 + x^2 + y^2}$.
- 5p a) Beweise, dass $x \circ y = \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)} - 1$, für alle reellen Zahlen x und y .
- 5p b) Bestimme die natürlichen Zahlenpaare a und b , wenn $a \circ b = 1$.
- 5p c) Beweise, dass für jede natürliche Zahl $n, n \geq 2$, die Zahl $\underbrace{1 \circ 1 \circ \dots \circ 1}_{n \text{ mal die } 1}$ **nicht** natürlich ist.

III. THEMA

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2} - x + 1$.
- 5p a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{x + 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 2}}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}, x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Bestimme die Gleichung der schiefen Asymptote gegen $-\infty$ des Schaubildes der Funktion f .
- 5p c) Bestimme die Bildmenge der Funktion f .

2. Gegeben ist die Funktion $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln(x+1)$.

5p a) Berechne $\int_1^2 \frac{(3x-2)f(x)}{\ln(x+1)} dx$.

5p b) Zeige, dass $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{4}$.

5p c) Berechne $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t^3} \int_0^t f(x) dx$.