

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

ZADANIE I.

(30 bodov)

- 5b 1. Vypočítajte modul komplexného čísla $z = (2 - i)(3 + 2i) - 4(1 + i)$.
- 5b 2. Určte reálne hodnoty parametra m pre ktoré $x^2 - (2m + 1)x + m(m - 1) \geq 0$, pre hociktoré reálne číslo x .
- 5b 3. Na množine reálnych čísel riešte rovnicu $2 \log_2 x - \log_x 2 = 1$.
- 5b 4. Určte počet prvkov určitej množiny A , viediac, že množina A má práve 16 podmnožín majúúcich najviac dva prvky.
- 5b 5. Majme trojuholník ABC , v ktorom bod M je stred strany BC a bod N je stred úsečky AM . Dokážte, že $2\overline{AN} + \overline{BN} + \overline{CN} = \vec{0}$.
- 5b 6. Určte $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, viediac, že $1 + 3 \cos x = \cos 2x$.

ZADANIE II.

(30 bodov)

1. Majme maticu $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 2 & a & 4 \end{pmatrix}$ a sústavu rovníc $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + az = 2 \\ 2x + ay + 4z = 3 \end{cases}$, kde a je reálne číslo.
- 5b a) Ukážte, že $\det(A(a)) = a(3 - a)$, pre hociktoré reálne číslo a .
- 5b b) Pre $a = 0$, dokážte, že sústava rovníc je nekompatibilná.
- 5b c) Určte celé čísla a pre ktoré rovnica má jediné riešenie (x_0, y_0, z_0) a x_0, y_0 i z_0 sú celé čísla.
2. Na množine reálnych čísel je definovaný asociatívny zákon kompozície $x \circ y = \sqrt{x^2 y^2 + x^2 + y^2}$.
- 5b a) Dokážte, že $x \circ y = \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)} - 1$, pre ktorékoľvek reálne čísla x a y .
- 5b b) Určte prirodzené čísla a i b , viediac, že $a \circ b = 1$.
- 5b c) Dokážte, že pre hociktoré prirodzené číslo $n, n \geq 2$, číslo $\underbrace{1 \circ 1 \circ \dots \circ 1}_{1 \text{ nkrát}}$ **nie** je prirodzené.

ZADANIE III.

(30 bodov)

1. Majme funkciu $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 2} - x + 1$.
- 5b a) Ukážte, že $f'(x) = \frac{x + 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 2}}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}, x \in \mathbb{R}$.
- 5b b) Určte rovnicu šikmej asymptoty k $-\infty$ ku grafu funkcie f .
- 5b c) Určte obraz funkcie f .

2. Majme funckiu $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \ln(x+1)$.

5b a) Vypočítajte $\int_1^2 \frac{(3x-2)f(x)}{\ln(x+1)} dx$.

5b b) Ukážete, že $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{4}$.

5b c) Vypočítajte $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t^3} \int_0^t f(x) dx$.