

Examenul național de bacalaureat 2022  
Proba E. c)

Matematică *M\_șt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Визначте член  $a_1$  арифметичної прогресії  $(a_n)_{n \geq 1}$ , знаючи, що  $a_2 = 6$  і  $a_3 = 12$ .
- 56 2. Розглядають функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 5$ . Знайдіть дійсне число  $a$  для якого  $f(a) + f(2a) = 2$ .
- 56 3. У множині дійсних чисел розв'яжіть рівняння  $5^x \cdot \frac{1}{5} = 25$ .
- 56 4. Обчисліть ймовірність того, що вибираючи число з множини натуральних двоцифрових чисел воно буде кратне числу 16.
- 56 5. У декартовому репері  $xOy$  розглядають точки  $A(3,2)$  і  $B(1,4)$ . Знайдіть координати точки  $C$ , знаючи, що точка  $A$  є серединою відрізка  $BC$ .
- 56 6. Розглядають вираз  $E(x) = \sin x + \sin \frac{3x}{2} - \cos \frac{x}{2}$ , де  $x$  - дійсне число. Докажіть, що  $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$ .

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Розглядають матриці  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  і  $B(x) = \begin{pmatrix} x & 3-x \\ 2-x & x \end{pmatrix}$ , де  $x$  - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що  $\det A = 0$ .
- 56 б) Докажіть, що  $B(x) - B(0) = xA$ , для будь-якого дійсного числа  $x$ .
- 56 в) Докажіть, що матриця  $C(a) = B(a) \cdot B(1) - B(a+1)$  є обертаючою, для будь-якого цілого числа  $a$ .
2. На множині дійсних чисел задають закон композиції  $x * y = (2x - 1)(2y - 1) + 1$ .
- 56 а) Докажіть, що  $1 * 2 = 4$ .
- 56 б) Визначте дійсні числа  $x$  для яких  $x * x = 2$ .
- 56 в) Визначте ціле ненульове число  $m$  для якого  $m * \left(1 + \frac{1}{m}\right) = 1$ .

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 + 1 + \ln x$ .
- 56 а) Докажіть, що  $f'(x) = \frac{4x^2 + 1}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .
- 56 б) Докажіть, що  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - \ln x}{x^2 + x + 4} = 2$ .
- 56 в) Докажіть, що функція  $f$  є бієктивною.
2. Розглядають функцію  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x(e^x + 2x^2)$ .
- 56 а) Докажіть, що  $\int_0^4 \frac{f(x)}{e^x + 2x^2} dx = 8$ .

56 b) Докажіть, що  $\int_0^1 (f(x) - 2x^3) dx = 1$ .

56 c) Визначте дійсне число  $a$  для якого  $\int_1^2 \frac{1}{x} \cdot f(x^2) dx = \frac{e^4 - e}{2} + a$ .