

Examenului național de bacalaureat 2022

Proba E. c)

Matematică M_mate-info

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numărul complex $z = \frac{1 - i\sqrt{3}}{2}$. Calculați $z + \frac{1}{z}$.
- 5p 2. Valoarea maximă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + 4x + a + 2$, unde $a \neq 0$, este egală cu -1 . Arătați că vârful parabolei asociate funcției f se află pe dreapta d de ecuație $y = 4x - 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{1}{3^x - 1} - 3^{x-2} = \frac{1}{6}$.
- 5p 4. Fie mulțimea $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu trei elemente ale mulțimii A , suma elementelor acestei submulțimi să fie număr par.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, -2)$, $B(-2, 1)$ și $M(2, 3)$. Determinați ecuația perpendicularei duse prin punctul M pe dreapta AB .
- 5p 6. Calculați aria paralelogramului $ABCD$ în care $AB = 8$, $AD = 12$ și $m(\sphericalangle ABC) = 135^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + 2z = 3 \\ mx + y + z = 3m \end{cases}$$
, unde m este un număr real.
- 5p a) Determinați valorile $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul are soluție unică.
- 5p b) Arătați că, pentru orice valoare a numărului real m , sistemul este compatibil.
- 5p c) Notăm cu S mulțimea soluțiilor sistemului pentru $m = 1$. Determinați cea mai mică valoare a mulțimii $M = \{x^2 + y^2 + z^2 \mid (x, y, z) \in S\}$.
2. Se consideră mulțimea $G = (-1, \infty)$ pe care se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + x + y$. Presupunem cunoscut că (G, \circ) este grup.
- 5p a) Determinați elementul neutru al grupului (G, \circ) .
- 5p b) Arătați că funcția $f: (-1, \infty) \rightarrow (0, \infty)$, $f(x) = x + 1$, este un morfism între grupul (G, \circ) și grupul multiplicativ $((0, \infty), \cdot)$ al numerelor reale pozitive.
- 5p c) Calculați $1 \circ \frac{1}{2} \circ \frac{1}{3} \circ \dots \circ \frac{1}{2022}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(e^x + 1)$.
- 5p a) Calculați $f'(0)$.
- 5p b) Arătați că funcția f' este strict descrescătoare pe \mathbb{R} .
- 5p c) Determinați asimptotele graficului funcției f .

2. Se consideră funcțiile $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(1+x)$ și $F: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x f(t) dt$.

5p a) Verificați egalitatea $F(1) = \frac{3}{2} - 2\ln 2$.

5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^3}$.

5p c) Arătați că F este funcție crescătoare.