



Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2022

Probă scrisă la matematică

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$ 7 - 8i = \sqrt{7^2 + (-8)^2} = \sqrt{8^2 + 7^2} = 8 + 7i $	3p
	$\frac{ 7 - 8i }{ 8 + 7i } = \frac{ 7 - 8i }{ 8 + 7i } = 1$	2p
2.	$-\frac{b}{2a} = 2$	3p
	$m = 4$	2p
3.	Cu notația $2^x = t$, $t > 0$, ecuația devine $t^2 + 2t - 24 = 0$.	2p
	Obținem $t_1 = 4$, care convine, și $t_2 = -6$, care nu convine.	2p
	Singura soluție a ecuației inițiale este $x = 2$.	1p
4.	Există 90 de numere naturale de două cifre.	1p
	Dintre acestea, nouă au produsul cifrelor 0 și câte două au produsul cifrelor 10, 20, 30, 40.	2p
	Evenimentul are probabilitatea $\frac{17}{90}$.	2p
5.	$\overline{AB} \cdot \overline{BC} = \overline{AB} \cdot (\overline{BA} + \overline{AC}) = \overline{AB} \cdot \overline{BA} + \overline{AB} \cdot \overline{AC} = -25$, deoarece	2p
	$\overline{AB} \cdot \overline{BA} = AB \cdot AB \cdot \cos 180^\circ = -25$, iar	2p
	$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos 90^\circ = 0$.	1p
6.	Obținem că $\sin x = 0$ sau $\cos x = -\frac{1}{2}$, deci	2p
	$x \in \left\{ \frac{2\pi}{3}, \pi, \frac{4\pi}{3} \right\}$.	3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A(x) = (1+x) \cdot 1 \cdot (1-2x) + 0 + 0 - (-x) \cdot 1 \cdot 2x - 0 - 0 =$	3p
	$= 1 - x - 2x^2 + 2x^2 = 1 - x$	2p

b)	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} (1+x)(1+y) - 2xy & 0 & -y(1+x) - x(1-2y) \\ 0 & 1 & 0 \\ 2x(1+y) + 2y(1-2x) & 0 & -2xy + (1-2x)(1-2y) \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 1+x+y-xy & 0 & -x-y+xy \\ 0 & 1 & 0 \\ 2x+2y-2xy & 0 & 1-2x-2y+2xy \end{pmatrix} = A(x+y-xy)$	<p>3p</p> <p>2p</p>
c)	<p>$A(x)$ coincide cu inversa sa dacă și numai dacă $A(x) \cdot A(x) = I_3 = A(0)$.</p> <p>Folosind b) obținem că $2x - x^2 = 0$, așadar $x \in \{0, 2\}$.</p>	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
2.a)	<p>$(-6) \circ (-5) = -2$</p> <p>$(-2) \circ (-4) = 16$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	<p>$x \circ x = (x+8)^2 - 8$</p> <p>$x \circ x = -8 \Leftrightarrow (x+8)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -8$</p> <p>Notă. Pentru demonstrarea implicației $x = -8 \Rightarrow x \circ x = -8$ se acordă 2p, iar pentru demonstrarea implicației $x \circ x = -8 \Rightarrow x = -8$ se acordă 3p.</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
c)	<p>Fie $n \circ n = k^2$, $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{N}$; atunci $(n+8)^2 - 8 = k^2$, prin urmare $(n+8+k)(n+8-k) = 8$.</p> <p>Cele două paranteze sunt numere întregi cu aceeași paritate, primul fiind mai mare. Atunci $(n+8+k, n+8-k) \in \{(4, 2), (-2, -4)\}$, deci $n \in \{-5, -11\}$ (în ambele situații, $k = 1$).</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 0 - \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} - \left(-\frac{1}{x^2}\right) =$ $= -\frac{1 - \ln x - 1}{x^2} = \frac{\ln x}{x^2}, x \in (0, \infty)$	<p>3p</p> <p>2p</p>
b)	<p>Tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă x_0, situat pe grafic, este o dreaptă orizontală atunci când $f'(x_0) = 0$.</p> <p>Obținem că $x_0 = 1$, deci $A(1, 0)$ este unicul punct cu proprietatea dorită.</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
c)	<p>Folosind semnul derivatei, funcția f este descrescătoare pe $(0, 1]$ și crescătoare pe $[1, \infty)$.</p> <p>Atunci $f(x) \geq f(1) = 0, \forall x \in (0, \infty)$.</p> <p>Rezultă că $f(\sqrt{x}) \geq 0$, adică $1 - \frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 0$, de unde $\frac{\ln x}{2\sqrt{x}} \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}, \forall x \in (0, \infty)$.</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
2.a)	$\int_{-1}^1 f^2(x) dx = \int_{-1}^1 (3x^2 + 1) dx = (x^3 + x) \Big _{-1}^1 =$ $= (1 - (-1)) + (1 - (-1)) = 4$	<p>3p</p> <p>2p</p>

b)	$F'(x) = a\sqrt{3x^2+1} + \frac{3ax^2 + b\sqrt{3}}{\sqrt{3x^2+1}}, x \in \mathbb{R}$ <p>Cum $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$, prin identificarea coeficienților obținem $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2\sqrt{3}}$.</p> <p>Din $F(0) = 0$ deducem că $c = 0$, deci primitiva căutată este $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) =$</p> $= \frac{x}{2}\sqrt{3x^2+1} + \frac{1}{2\sqrt{3}}\ln(x\sqrt{3} + \sqrt{3x^2+1}).$	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
c)	$\sqrt{3x^2+1} \geq 1, \forall x \in [-1,1] \Rightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx \geq \int_{-1}^1 1 dx = 2$ $\sqrt{3x^2+1} \leq x +1, \forall x \in [-1,1] \Rightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx \leq \int_{-1}^1 (x +1) dx = 3$	<p>2p</p> <p>3p</p>