



Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2022

Probă scrisă la matematică

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$a_1 + a_2 + a_3 = a_2 + (a_1 + a_3) = a_2 + 2a_2 = 3a_2$ $a_1 + a_2 + a_3 = 2022$	3p 2p
2.	$G_f \cap Ox = \{A(2,0)\}, G_f \cap Oy = \{B(0,-2)\}$ $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 2\sqrt{2}$	2p 3p
3.	$\log_2 x - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = 3 \Rightarrow \log_2(x^2 - 2x) = 3$ Obținem că $x^2 - 2x = 8$, de unde $x = 4$ și $x = -2$. Convine doar soluția $x = 4$.	2p 2p 1p
4.	Sunt 6 cazuri posibile și 3 cazuri favorabile, deci probabilitatea evenimentului este $\frac{1}{2}$.	2p 2p 1p
5.	$m_{d_1} = -\frac{m}{2}, m_{d_2} = 1 - m$ Se impune condiția $1 - m \neq -\frac{m}{2}$. Dreptele sunt concurente pentru $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.	2p 2p 1p
6.	$E\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{2\pi}{3}$ $E\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = 2 \cdot 7 - 3 \cdot 5$ $\det A = -1$	2p 3p
------	---	----------

b)	$A^2 = \begin{pmatrix} 19 & 27 \\ 45 & 64 \end{pmatrix}$	2p
	Ecuția matriceală revine la $\begin{pmatrix} 2m & 3m \\ 5m & 7m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 27 \\ 45 & 63 \end{pmatrix}$,	2p
	deci $m = 9$.	1p
c)	$\begin{vmatrix} 2-x & 3 \\ 5 & 7-x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2-y & 3 \\ 5 & 7-y \end{vmatrix} \Leftrightarrow x^2 - 9x = y^2 - 9y \Leftrightarrow$	2p
	$\Leftrightarrow (x-y)(x+y-9) = 0$	2p
	Cum numerele x și y sunt distincte, rezultă că $x+y=9$.	1p
2.a)	$\left(-\frac{1}{3}\right) \perp 2022 = -\frac{1}{3} + 2022 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 2022 =$	2p
	$= -\frac{1}{3} + 2022 - 2022 = -\frac{1}{3}$	3p
b)	Elementul neutru este $e = 0$.	2p
	Din $x = x'$ și $x \perp x' = 0$ rezultă că $2x + 3x^2 = 0$,	1p
	prin urmare $x \in \left\{0, -\frac{2}{3}\right\}$.	2p
c)	Se obține $f(x \perp y \perp z) = 27 \left(x + \frac{1}{3}\right) \left(y + \frac{1}{3}\right) \left(z + \frac{1}{3}\right)$ (sau o formă echivalentă).	3p
	Cum $f(x) \cdot f(y) \cdot f(z) = (3x+1)(3y+1)(3z+1)$, rezultă egalitatea cerută.	2p

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{1+x+x^2-x \cdot (1+2x)}{(1+x+x^2)^2} =$	3p
	$= \frac{1-x^2}{(1+x+x^2)^2} = \frac{(1-x)(1+x)}{(1+x+x^2)^2}$	2p
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul de coordonate $(x_0, f(x_0))$ este perpendiculară pe axa Oy atunci când $f'(x_0) = 0$.	1p
	$f'(x_0) = 0 \Rightarrow x_0 \in \{-1, 1\}$	2p
	Punctele căutate sunt $A(-1, -1)$ și $B\left(1, \frac{1}{3}\right)$.	2p
c)	Funcția f este descrescătoare pe intervalul $(1, +\infty)$.	2p
	Cum $1 < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3} \left(\Leftrightarrow 1^6 < (\sqrt{2})^6 < (\sqrt[3]{3})^6 \Leftrightarrow 1 < 8 < 9\right)$,	2p
	rezultă că $f(\sqrt{2}) > f(\sqrt[3]{3})$.	1p

2.a)	$\int_1^2 f(e^x) dx = \int_1^2 x dx + \int_1^2 e^{-x} dx =$ $= \frac{x^2}{2} \Big _1^2 - e^{-x} \Big _1^2 = \frac{3e^2 + 2e - 2}{2e^2}$	<p>2p</p> <p>3p</p>
b)	$F'(x) = a \ln x + \frac{x(a-c)+b}{x}, x \in [1, +\infty)$ <p>Cum $F'(x) = f(x), \forall x \in [1, +\infty)$, prin identificarea coeficienților obținem $a = 1, b = 1, c = 1$.</p> <p>Din $F(1) = 0$ deducem că $d = 1$, deci primitiva căutată este $F: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, F(x) =$</p> $= (x+1) \ln x - x + 1.$	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
c)	<p>Dacă $G: [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ este o primitivă a funcției f, atunci $G'(x) = f(x), \forall x \in [1, +\infty)$.</p> <p>Funcția G este convexă dacă și numai dacă $G''(x) \geq 0, \forall x \in [1, +\infty)$.</p> <p>Cum $G''(x) = \frac{x-1}{x^2} \geq 0, \forall x \in [1, +\infty)$, funcția G este convexă.</p>	<p>1p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>