**Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2022**

**Probă scrisă la matematică** **Varianta 1**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

## SUBIECTUL I (30 de puncte)

**5p** **1.** Aflați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_2 = 674$.

**5p** **2.** Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2$ cu axele de coordonate $Ox$ și $Oy$.

**5p** **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x - \log_{\frac{1}{2}}(x-2)=3$.

**5p** **4.** Aflați probabilitatea ca un element *n* al mulțimii $M=\{0,1,2,3,4,5\}$ să verifice inegalitatea $2^n > n^2$.

**5p** **5.** Determinați valorile parametrului real *m*pentru care dreptele având ecuațiile $d_1: mx+2y-5=0$ și $d_2:(m-1)x+y+3=0$ sunt concurente.

**5p** **6.** Dacă $E(x)=\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{4x}{3}, x\in\mathbb{R}$, calculați $E\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

## SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

**1.** Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Arătați că determinantul matricei *A* este egal cu $-1$.

**5p** **b)** Aflați $m\in\mathbb{R}$ pentru care $A\cdot A - m\cdot A = I_2$.

**5p** **c)** Dacă *x* și *y*sunt numere reale distincte astfel încât $\det(A-x\cdot I_2)=\det(A-y\cdot I_2)$, demonstrați că $x+y=9$.

**2.** Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\perp y = x+y+3xy$.

**5p** **a)** Arătați că $\left(-\frac{1}{3}\right)\perp 2022 = -\frac{1}{3}$.

**5p** **b)** Determinați numerele reale *x* care coincid cu simetricele lor în raport cu legea „$\perp$”.

**5p** **c)** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x+1$. Demonstrați că $f(x\perp y\perp z)=f(x)\cdot f(y)\cdot f(z)$, oricare ar fi numerele reale *x*, *y* și *z*.

**SUBIECTUL al III-lea** **(30 de puncte)**

**1.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{x}{1+x+x^2}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{(1-x)(1+x)}{\left(1+x+x^2\right)^2}$, oricare ar fi numărul real $x$.

5p **b)** Determinați coordonatele punctelor situate pe graficul funcției $f$ cu proprietatea că tangentele în aceste puncte la graficul funcției $f$ sunt drepte perpendiculare pe axa $Oy$.

5p **c)** Demonstrați că $f\left(\sqrt{2}\right)\geq f\left(\sqrt[3]{3}\right)$.

**2.** Se consideră funcția $f:[1,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}$.

5p **a)** Calculați $\int_1^2 f\left(e^x\right)dx$.

5p **b)** Determinați primitiva $F:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției $f$ cu proprietatea că $F(1)=0$, folosind, eventual, faptul că funcția $F$ este de forma $F(x)=(ax+b)\cdot\ln x-cx+d$, unde $a,b,c,d\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției $f$ este convexă pe intervalul $[1,+\infty)$.