Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2022

Probă scrisă la matematică **Varianta 1**

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(2-\sqrt{3}\right)^2=7-4\sqrt{3}$	**3p**
	$\left(2-\sqrt{3}\right)^2-2\left(3-2\sqrt{3}\right)=7-4\sqrt{3}-6+4\sqrt{3}=1$	**2p**
2.	Fie $\{A(a,b)\}=G_f\cap Oy$. Cum $A\in Oy$, rezultă că $a=0$.	**2p**
	Din $A\in G_f$ rezultă că $b=f(0)=4$, prin urmare punctul cerut este $A(0,4)$.	**3p**
3.	$5^{6-2x}=25 \Leftrightarrow 6-2x=2$	**3p**
	$x=2$	**2p**
4.	Există 90 de numere naturale de două cifre,	**2p**
	dintre care 9 sunt divizibile cu 11 (11, 22, ..., 99).	**2p**
	Probabilitatea evenimentului din enunț este $\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$.	**1p**
5.	Mijlocul segmentului AB este punctul $M(2,-2)$.	**2p**
	$CM=\sqrt{(2+4)^2+(-2-6)^2}=10$	**3p**
6.	$C=90^\circ$	**2p**
	$\sin B=\frac{AC}{AB}$	**1p**
	$\frac{1}{2}=\frac{6\sqrt{3}}{AB}\Rightarrow AB=12\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ -4 & 3\end{pmatrix}$	**2p**
	$\det A(0)=-3\cdot 3-2\cdot(-4)=-1$	**3p**

b)	$A(x)\cdot A(-x)=\begin{pmatrix}(x-3)(-x-3)+2\cdot(-4) & 2(x-3)+2(-x+3)\\ -4\cdot(-x-3)-4(x+3) & -4\cdot 2+(x+3)(-x+3)\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=\begin{pmatrix}1-x^2 & 0\\ 0 & 1-x^2\end{pmatrix}=(1-x^2)\cdot I_2$	**3p**
c)	Ținând cont de b), membrul stâng este egal cu $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\left(1-\frac{1}{5^2}\right)\cdot I_2$.	**2p**
	Atunci $a=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\left(1-\frac{1}{5^2}\right)=\frac{3}{5}$.	**3p**
2.a)	$3(x+1)(y+1)-1=3(xy+x+y+1)-1=$	**3p**
	$=3xy+3x+3y+2=x*y$, oricare ar fi numerele reale x și y	**2p**
b)	e este element neutru dacă $x*e=e*x=x$, oricare ar fi numărul real x	**2p**
	$x*\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{2}{3}\right)*x=-2x+3x-2+2=x$, oricare ar fi numărul real x	**3p**
c)	$(\log_2 x)*(\log_3 x)=-1 \Leftrightarrow (\log_2 x+1)(\log_3 x+1)=0$	**2p**
	Obținem că $\log_2 x=-1$ sau $\log_3 x=-1$,	**1p**
	de unde $x=\frac{1}{2}$ sau $x=\frac{1}{3}$, soluții care convin.	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=1-\frac{1}{(x+2)^2}=$	**3p**
	$=\frac{(x+2)^2-1}{(x+2)^2}=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2},\ x\in(-2,\infty)$	**2p**
b)	Punctul are coordonatele $\left(0,\frac{1}{2}\right)$	**1p**
	Panta tangentei este $f'(x_0)=\frac{3}{4}$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$	**2p**
c)	$f'(x)<0,\ \forall x\in(-2,-1)\Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe intervalul $(-2,-1)$, iar $f'(x)>0,\ \forall x\in(-1,+\infty)\Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe intervalul $(-1,+\infty)$	**2p**
	$\lim\limits_{x\searrow -2} f(x)=+\infty,\ \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty,\ f(-1)=0$	**2p**
	Cum $2022\in[0,+\infty)$, există și este unic $x_1\in(-2,-1)$ astfel încât $f(x_1)=2022$ și există și este unic $x_2\in(-1,+\infty)$ astfel încât $f(x_2)=2022$.	**1p**
	Notă. Ecuația $f(x)=2022$ este echivalentă cu $x^2-2020x-4043=0$. Soluțiile sale pot fi efectiv determinate (**3p**) și se verifică faptul că ambele aparțin domeniului funcției f (**2p**).	

2.a)	$F'(x)=x-3+1\cdot\ln x+x\cdot\frac{1}{x}=x+\ln x-2,\ x\in(0,+\infty)$	**3p**
	Funcția *F* este derivabilă și $F'(x)=f(x),\ x\in(0,+\infty)$, așadar *F* este o primitivă a lui *f*	**2p**
b)	$\int_2^4 (f(x)-\ln x)dx=\int_2^4 (x-2)dx=$	**2p**
	$=\left(\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big\|_2^4=(8-8)-(2-4)=2$	**3p**
c)	Fie $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ o primitivă a funcției *f*; atunci $G'(x)=f(x),\forall x\in(0,+\infty)$.	**1p**
	$G''(x)=f'(x)=1+\frac{1}{x},\forall x\in(0,+\infty)$	**2p**
	Cum $G''(x)>0,\forall x\in(0,+\infty)$, rezultă că *G* este o funcție convexă.	**2p**