EXAMENUL DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2023

Proba E.c) M_*tehnologic*

Simulare județeană

BAREM ORIENTATIV DE NOTARE ȘI EVALUARE

Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

Subiectul I **(30 puncte)**

1.	Avem $a=\sqrt{\left(1-\sqrt{23}\right)^2}-\sqrt{\left(1+\sqrt{23}\right)^2}=\left\|1-\sqrt{23}\right\|-\left\|1+\sqrt{23}\right\|$,	2p
	de unde $a=\sqrt{23}-1-1-\sqrt{23}=-2\in\mathbb{Z}$.	3p
2.	$Gf\cap Gg\neq\phi\Leftrightarrow$ ecuația $f(x)=g(x)$ are soluții reale $f(x)=g(x)\Leftrightarrow 2x+2=x^2-1\Leftrightarrow x^2-2x-3=0$	3p
	Ecuația $x^2-2x-3=0$ are soluțiile: $x_1=-1\Rightarrow y_1=0$ și se obține punctul de intersecție $A(-1,0)$ și $x_2=3\Rightarrow y_2=8$ și se obține punctul de intersecție $B(3,8)$	2p
3.	$3^x-3^{x+1}+3^{x+2}=63\Leftrightarrow 3^x(1-3+9)=63$.	3p
	Se obține $7\cdot 3^x=63\Leftrightarrow 3^x=9$, de unde $x=2$.	2p
4.	Numărul submulțimilor cu 2 elemente ale unei mulțimi cu *n* elemente este C_n^2	2p
	$C_n^2=21\Leftrightarrow\dfrac{n!}{2!\cdot(n-2)!}=21\Leftrightarrow n^2-n-42=0,\ \ n\in\mathbb{N},n\geq 2$, cu soluția naturală $n=7$.	3p
5.	Vectorii $\vec{u}=m\vec{i}-3\vec{j}$ și $\vec{v}=(m-1)\vec{i}+2\vec{j}$ sunt coliniari ddacă $\dfrac{m}{m-1}=\dfrac{-3}{2}$,	3p
	adică $5m=3$, de unde $m=\dfrac{3}{5}$.	2p
6.	$\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin x\cos\dfrac{\pi}{3}-\cos x\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}\sin x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x$ $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)=\cos x\cos\dfrac{\pi}{6}+\sin x\sin\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\dfrac{1}{2}\sin x$	2p 2p

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
inspectorat@isj.hd.edu.ro, http://isj.hd.edu.ro

	Se obține $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x+\frac{1}{2}\sin x=\sin x, \forall x\in\mathbb{R}$.	1p

Subiectul II **(30 puncte)**

1. a)	Pentru $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 6 & -4\end{pmatrix}$, calcul direct $I_2+A=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 6 & -3\end{pmatrix}$	2p
	și $(I_2+A)^2=\begin{pmatrix}4 & -2\\ 6 & -3\end{pmatrix}=I_2+A$.	3p
b)	Calcul : $A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ -6 & 4\end{pmatrix}=-A$	2p
	$A^3=A^2\cdot A=-A\cdot A=-A^2=A$	2p
	Mulțimea $\{A^n \mid n\in\mathbb{N}^*\}=\{-A,A\}$ are 2 elemente.	1p
c)	$\det(23\cdot I_2-A+A^2-A^3+...-A^{23})=\det(23\cdot I_2\underbrace{-A-A-...-A}_{23\,ori})=$	2p
	$=\det(23\cdot I_2-23A)=\det(23(I_2-A))=23^2\begin{vmatrix}-2 & 2\\ -6 & 5\end{vmatrix}=$	2p
	$=2\cdot 23^2=1058$.	1p
2. a)	Calcul direct: $3(x+1)(y+1)-1=3(xy+x+y+1)-1$	3p
	$=3xy+3x+3y+2=x\circ y,\ \forall x,y\in\mathbb{R}$. **Sau** $x\circ y=3xy+3x+3y+3-1=3(xy+x+y+1)-1$ $=3(x+1)(y+1)-1\ \forall x,y\in\mathbb{R}$.	2p 3p 2p
b)	Element neutru: $\exists e\in\mathbb{R}$ $a.î.$ $x\circ e=e\circ x=x, \forall x\in\mathbb{R}$. Se obține $e=-\frac{2}{3}\in\mathbb{R}$.	2p
	Elemente simetrizabile: pentru $x\in\mathbb{R},\exists x'\in\mathbb{R}$ $a.î.$ $x\circ x'=x'\circ x=-\frac{2}{3}$, se obține $x'=\frac{-9x-8}{9x+9}\in\mathbb{R},\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	2p
	Mulțimea elementelor simetrizabile este $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.	1p

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
inspectorat@isj.hd.edu.ro, http://isj.hd.edu.ro

c)	Se observă că $x \circ (-1) = (-1) \circ x = -1, \forall x = \overline{-10,10}$	3p
	Atunci$(-10) \circ (-9) \circ \ldots \circ 0 \circ 1 \circ \ldots \circ 10 = -1 < 0$.	2p

Subiectul III **(30 puncte)**

1. a)	$\lim\limits_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = f'(1)$	1p
	$f'(x) = \frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$, $x \neq -2$	2p
	$f'(1) = \frac{8}{9}$.	2p
b)	$f'(x) = \frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2+4x+3=0$ cu soluțiile $x_1 = -3,\ x_2 = -1$.	2p
	Din tabelul cu semnul derivatei, avem că $x_1 = -3$, geometric $A(-3,-3)$, este punct maxim și $x_2 = -1$, geometric $B(-1,1)$, este punct minim.	3p
c)	Pentru asimptotă orizontală: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x^2+3x+3}{x+2} = +\infty$. Deci nu există asimptotă orizontală.	1p
	Căutăm asimptotă oblică $y = mx + n$ $m = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2+3x+3}{x^2+2x} = 1 \in \mathbb{R}^*$	2p
	$n = \lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - mx] = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2+3x+3}{x+2} - x \right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x+3}{x+2} = 1 \epsilon \mathbb{R}$ Ecuația asimptotei oblice la $+\infty$ este $y = x+1$.	2p
2. a)	F primitivă a lui f dacă F derivabilă și $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$	1p
	$F'(x) = (e^x(x^2-5x+2))' = e^x(x^2-3x-3) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. **Sau** calcul direct $\int e^x(x^2-3x-3)dx = e^x(x^2-5x+2) + C = F(x)$.	4p 5p

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
inspectorat@isj.hd.edu.ro, http://isj.hd.edu.ro

b)	Avem $\int_{-2}^{-1} f(x)dx = F(x)\Big\|_{-2}^{-1} = F(-1)-F(-2)$	3p
	$=\dfrac{8e-16}{e^2}$.	2p
c)	$F'(x)=e^x(x^2-3x-3)=f(x),\ x\in\mathbb{R}$ $F''(x)=f'(x)=e^x(x^2-x-6),\ x\in\mathbb{R}$	2p
	$F''(x)=0 \Leftrightarrow e^x(x^2-x-6)=0 \Rightarrow x_1=-2,\ x_2=3$.	2p
	Din tabelul de semn al lui $F''(x)$ se obține că punctele de inflexiune ale funcției F sunt $x_1=-2,\ x_2=3$, adică, d.p.v. geometric avem: $A\left(-2,\dfrac{16}{e^2}\right),\ B(3,-4e^3)$.	1p

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
inspectorat@isj.hd.edu.ro, http://isj.hd.edu.ro