Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

THEMA I **(30 Punkte)**

5p **1.** Bestimme das Glied a_6 der arithmetischen Folge $(a_n)_{n\geq 1}$, mit $a_1 = 3$ und $a_5 = 23$.

5p **2.** Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+8$. Bestimme die reelle Zahl m, wenn bekannt ist, dass der Punkt $A(m,-1)$ zum Schaubild der Funktion f gehört.

5p **3.** Löse die Gleichung in der Menge der reellen Zahlen $3^{2x-1}=9\cdot 3^{x+1}$.

5p **4.** Gegeben ist die Menge $A=\{1,2,3,4,5\}$. Bestimme die Anzahl der nichtleeren Teilmengen der Menge A, welche höchstens zwei Elemente haben.

5p **5.** Gegeben sind die Punkte $A(3,1)$ und $B(4,4)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy. Bestimme die Koordinaten des Punktes C, wenn $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{BC}$.

5p **6.** Gegeben ist das Dreieck ABC, rechtwinklig in A, mit $AB=6$ und der Höhe $AD=3$. Zeige, dass der Radius des Umkreises des Dreiecks ABC gleich mit $2\sqrt{3}$ ist.

THEMA II **(30 Punkte)**

1. Gegeben ist die Matrix $A(x)=\begin{pmatrix} x & x & x \\ 1 & x & 1 \\ -1 & -x & -1 \end{pmatrix}$, mit x reelle Zahl.

5p **a)** Zeige, dass $\det(A(1))=0$.

5p **b)** Zeige, dass $A(x)\cdot A(y)-A(xy)=(x+y-2)A(0)$, für alle reellen Zahlen x und y.

5p **c)** Bestimme die reellen Zahlen x und y für welche $A(-1)\cdot A(3)\cdot A(x)=A(y)$.

2. Gegeben ist das Polynom $f=X^4+2X^3-8X^2+3mX+m$, wobei m eine reelle Zahl ist.

5p **a)** Für $m=2$, zeige, dass $f(1)=3$.

5p **b)** Für $m=0$, bestimme die Wurzeln des Polynoms f.

5p **c)** Bestimme die rationale Zahl m so, dass das Polynom f die Wurzel $x_1=1+\sqrt{3}$ hat.

THEMA III **(30 Punkte)**

1. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{3e^x}{x^2+x+1}$.

5p **a)** Zeige, dass $f'(x)=\dfrac{3e^x\left(x^2-x\right)}{\left(x^2+x+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Zeige, dass $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(2x)}{f(x)}=+\infty$.

5p **c)** Beweise, dass die Gleichung $f(x)=m$ genau drei Lösungen hat, für jedes $m\in(e,3)$.

2. Gegeben ist die Funktion $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x+\ln(x+1)$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_1^2\left(f(x)-\ln(x+1)\right)dx=9$.

5p **b)** Zeige, dass $\int_0^{e-1} \frac{f(x)-6x}{x+1}dx = \frac{1}{2}$.

5p **c)** Bestimme die reelle Zahl a, wenn der Flächeninhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x^2)$, der Ox -Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x=0$ und $x=1$ gleich mit $a\pi+\ln 2$ ist.