

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Розглядають комплексні числа $z_1 = 1 + 2i$ і $z_2 = 1 - i$. Докажіть, що $z_1^2 + 4z_2 = 1$.
- 56 2. Розглядають функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$ і $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + x + m$, де m - дійсне число. Знайдіть дійсне число m для якого графіки функцій f і g мають одну спільну точку.
- 56 3. У множині дійсних числах розв'яжіть рівняння $\lg(x^2 + 9) = 2\lg(x\sqrt{10})$.
- 56 4. Розглядають множину натуральних чисел A яка містить числа, що мають максимум дві цифри. Знайдіть ймовірність того, що вибираюче число з множини A , воно ділитиметься на 9.
- 56 5. У трикутнику ABC , точка M - середина сторони AC , а точки D і E належать відріzkу AB , так що $AD = BE$. Докажіть, що $\overline{MD} + \overline{ME} = \overline{CB}$.
- 56 6. Знайдіть $x \in [0, \pi]$ для якого $\sin 2x = 1 + \cos 2x$.

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Розглядають матрицю $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 1 & a & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ і систему рівнянь $\begin{cases} ax + y + 2z = -2 \\ x + ay - z = 4 \\ 2x + 2y + z = 2 \end{cases}$, де a - дійсне число.
- 56 а) Докажіть, що $\det(A(0)) = 1$.
- 56 б) Знайдіть множину дійсних чисел a для яких система рівнянь має єдиний розв'язок.
- 56 в) Для $a = 1$, знайдіть розв'язки (x_0, y_0, z_0) системи для яких x_0, y_0 і z_0 є цілими числами і $x_0 > y_0 > z_0$.
2. На множині $M = [-1, 1]$ задають закон композиції $x * y = \frac{xy}{1 + \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}}$.
- 56 а) Докажіть, що $1 * \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.
- 56 б) Докажіть, що $x * (-x) \geq -x^2$, для будь-якого $x \in M$.
- 56 в) Визначте пари (a, b) чисел з множини M для яких $a * b = 1$.

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1 - \ln(e^x + x^2)$.
- 56 а) Докажіть, що $f'(x) = \frac{x(x-2)}{e^x + x^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 б) Знайдіть дійсні числа a для яких дотична до графіка функції f у точці з координатами $(a, f(a))$ є паралельною до вісі Ox .
- 56 в) Визначте зображення функції f .

2. Розглядають функцію $f : (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x+3}}$.

56 a) Докажіть, що $\int_0^3 f(x)\sqrt{x+3} dx = 12$.

56 b) Докажіть, що $\int_{-2}^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$.

56 c) Докажіть, що $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx \leq \frac{\pi}{2}$.