Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

THEMA I (30 Punkte)

5p **1.** Zeige, dass $\sqrt{50}-5\left(\sqrt{2}-1\right)=5$.

5p **2.** Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+a$, wobei a eine reelle Zahl ist. Zeige, dass $f(1)=f(2)$, für jede reelle Zahl a.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_3(x+2)=\log_3(4-x)$.

5p **4.** Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine aus der Menge der zweistelligen, natürlichen Zahlen gewählte Zahl, das Produkt der Ziffern gleich 8 hat.

5p **5.** Gegeben sind die Punkte $A(3,a)$, $B(1,0)$ und $C(5,2)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy, wobei a eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl a, wenn der Punkt A Mitte der Strecke BC ist.

5p **6.** Zeige, dass $\sin 30°+\sqrt{2}\cos 45°+\cos 60°=2$.

THEMA II (30 Punkte)

Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die assoziative Verknüpfung $x*y=3(4-x-y)+xy$

5p **1.** Zeige, dass $3*0=3$.

5p **2.** Beweise, dass $x*y=(x-3)(y-3)+3$, für alle reellen Zahlen x und y.

5p **3.** Zeige, dass $e=4$ das neutrale Element der Verknüpfung „$*$ ”ist.

5p **4.** Zeige, dass $\frac{7}{3}$ das symmetrische Element von $\frac{3}{2}$ in Bezug auf die Verknüpfung „$*$ ”ist.

5p **5.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $9^x*3^x=3$.

5p **6.** Berechne $3*4*5*\ldots*2023$.

THEMA III (30 Punkte)

Gegeben sind die Matrizen $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ und $B(a)=\begin{pmatrix}a+2 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}$, wobei a reelle Zahl ist.

5p **1.** Zeige, dass $\det\left(B(0)\right)=-1$.

5p **2.** Zeige, dass $A\cdot A=5I_2$.

5p **3.** Bestimme die reellen Zahlen a so, dass $\det\left(B(a)+A\right)=0$.

5p **4.** Bestimme die reelle Zahl a so, dass $B(a)\cdot B(-2)=B(0)-I_2$.

5p **5.** Beweise, dass die Matrix $B(a-1)$ umkehrbar ist, für jede rationale Zahl a.

5p **6.** Bestimme die Matrix $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, wenn $X\cdot B(0)=A$.