

Examenul de bacalaureat național 2023
Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} + 2\frac{1}{2} = 5$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)$ este media aritmetică a numerelor $f(1)$ și $f(5)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\sqrt{x-1} + 3 = 5$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{1, 2, 3, \dots, 2022\}$, acesta să fie multiplu de 2.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 3)$, $B(-2, -1)$ și $C(1, -1)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.
- 5p** 6. Lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC este 5, iar $BC = 10$. Calculați $\sin A$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy + 8(x + y) + 56$.

- 5p** 1. Arătați că $(-5) \circ (-6) = -2$.
- 5p** 2. Demonstrați că $x \circ y = (x + 8)(y + 8) - 8$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 3. Arătați că $e = -7$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p** 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x \circ (x + 2) \leq -8$.
- 5p** 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x \circ (-7) = 16$.
- 5p** 6. Determinați numărul real a pentru care $2(a \circ 1) = a + (a \circ 2)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = I_2 + xA$, unde x este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det A = -6$.
- 5p** 2. Demonstrați că $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 3x \\ 2x & x+1 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x .
- 5p** 3. Arătați că suma elementelor matricei B este pătratul unui număr natural, unde $B = (-1) \cdot M(-1) \cdot M(1)$.
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $\det(M(x)) = 0$.
- 5p** 5. Arătați că matricea C este inversabilă, unde $C = M(1) - M(2) + M(3) - M(4)$.
- 5p** 6. Determinați perechile (a, b) de numere naturale pentru care $aM(b) + bM(a) = I_2$.