Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Simulare - Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** O progresie aritmetică cu rația 5 are suma primilor trei termeni egală cu 126. Determinați primul termen al progresiei.

5p **2.** Se consideră funcția $f: R \to R,\ f(x) = -3x^2 + (m+1)x + 5$. Determinați valoarea parametrului real *m*, știind că vârful parabolei asociate funcției *f* are abscisa egală cu -1.

5p **3.** Rezolvați în **R** ecuația $log_3(2x+1) - log_3(2x-1) = -1$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii A=$\{21, 22, 23, \dots, 29, 30\}$, acesta să fie număr prim.

5p **5.** În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele A(2,4), B(6,8) și C(8,2). Calculați distanța de la C la mijlocul segmentului AB.

5p **6.** Calculați $(cos\,120^0 + cos\,60^0) \cdot (sin\,135^0 - sin\,45^0)$.

SUBIECTUL II (30 puncte)

1. Se consideră matricea A(x)=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde *x* este număr real.

5p **a)** Arătați că det (A(0))=1.

5p **b)** Arătați că A(x)+A(y)=2A$\left(\frac{x+y}{2}\right)$, pentru orice numere reale *x* și *y*.

5p **c)** Determinați numărul real *x* pentru care A$(x^2+1) \cdot A(x)$=A(x^2+x+1).

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție:
$x * y = xy - 6x - 6y + 42,\ \forall x, y \in R$.

5p **a)** Demonstrați că $a * C_4^2 = C_4^2 * a = C_4^2,\ \forall a \in R$.

5p **b)** Demonstrați că legea $*$ este asociativă.

5p **c)** Calculați $1 * 2 * 3 * \dots \dots * 2023$.

SUBIECTUL III (30 puncte)

1. Fie funcția $f: (1, +\infty) \to R$, f(x)=$\frac{ax+2}{x-1}$, unde aϵ***R***

5p **a)** Determinați valoarea numărului real *a*, știind că graficul funcției *f* admite dreapta de ecuație *y* = 2 ca asimptotă orizontală la +∞.

5p **b)** Pentru *a* =2, demonstrați că funcția *f* este strict descrescătoare.

5p **c)** Pentru *a* =2, demonstrați că $f(\,3\sqrt{2}) < f(2\sqrt{3})$.

2. Fie funcția $f: [1,2] \to R,\ f(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{x^2+1}}$.

5p **a)** Demonstrați că funcția $F: [1,2] \to R,\ F(x) = ln\frac{\sqrt{X^2+1}-1}{x}$ este o primitivă a funcției *f*.

5p **b)** Arătați că orice primitivă a funcției *f* este monotonă.

5p **c)** Calculați $\int f^2(x)\,\mathrm{d}x$.